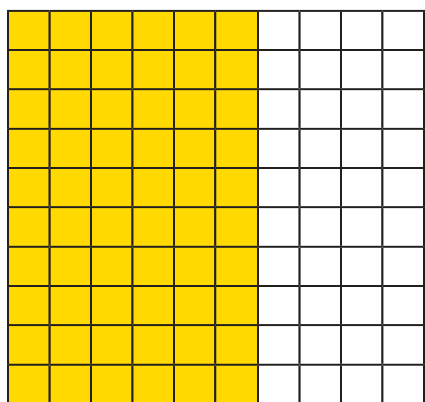
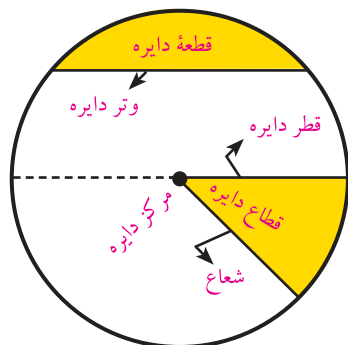


وزارت معارف

ریاضی

صنف ششم





$\frac{۳}{۵} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰٪$

سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ . ش.

ریاضی صنف ششم

۱۳۹۸



سرود ملی

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هېواد به تل ځلیږي
په سینه کې د آسیا به
نوم د حق مو دی رهبر

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ایماق، هم پشه یان
لکه لمر پر شنه آسمان
لکه زړه وي جاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحیم



ریاضی

صنف ششم

سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ . ش.



مشخصات کتاب

مضمون: ریاضی

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی دیپارتمنت ریاضی نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: ششم

زبان متن: دری

انکشاف دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامهٔ وزارت معارف

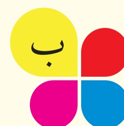
سال چاپ: ۱۳۹۸ هجری شمسی

مکان چاپ: کابل

چاپخانه:

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af

حق طبع، توزیع و فروش کتاب‌های درسی برای وزارت معارف جمهوری اسلامی افغانستان محفوظ است. خرید و فروش آن در بازار ممنوع بوده و با متخلفان برخورد قانونی صورت می‌گیرد.



پیام وزیر معارف

اقرأ باسم ربک

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتایی را که بر ما هستی بخشید و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتن برخوردار ساخت، و درود بی‌پایان بر رسول خاتم- حضرت محمد مصطفی ﷺ که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه‌گان هویداست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه‌های مختلف خواهد بود؛ معلم، متعلم، کتاب، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش‌گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می‌روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پرورش کشور نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. در چنین برهه سرنوشت‌ساز، رهبری و خانوادۀ بزرگ معارف افغانستان، متعهد به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می‌باشد.

از همین‌رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت‌های مهم وزارت معارف پنداشته می‌شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب‌های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه‌های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی باکیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت.

برای دستیابی به اهداف ذکرشده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به‌عنوان تربیت کننده‌گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می‌گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هر نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پرورش نسل فعال و آگاه با ارزش‌های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس راآغاز کنند، که در آیندۀ نزدیک شاگردان عزیز، شهروندان مؤثر، متمدن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

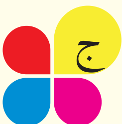
همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارزشمندترین سرمایه‌های فردای کشور می‌خواهم تا از فرصت‌ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفادۀ بهتر کنند و خوشه چین دانش و علم استادان گرامی خود باشند.

در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیه و تدوین این کتاب درسی مجدانه شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آن‌ها در این راه مقدس و انسان‌ساز موفقیت استدعا دارم.

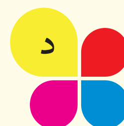
با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهروندان آزاد، آگاه و مرفه.

دکتور محمد میرویس بلخی

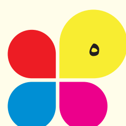
وزیر معارف



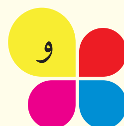
فهرست

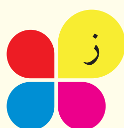


فهرست



فهرست





ارقام رومی

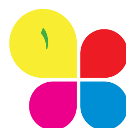
– آیا به رقم‌های زیر آشنایی دارید؟
– این رقم‌ها به کدام نام یاد می‌شوند ؟

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱٤	۱٥	۱٦
XVII	XVIII	XIX	XX				
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰				

رومیان قدیم برای نوشتن اعداد، ارقامی را که ترکیب از بعضی علامه‌ها بود به کار می‌بردند که تا اکنون در نوشتن فصل‌های کتاب و نمایش ارقام، روی بعضی ساعت‌ها وغیره استعمال می‌شود.

عدد رومی از یک تا بیست قرار فوق نوشته می‌شوند:

در نوشتن ارقام رومی سه قانون زیر در نظر گرفته می‌شود:



۱- هر رقمی که طرف راست رقم دیگر نوشته شود با آن جمع می‌شود.

مثال VI = ۶ = ۱ + ۵ , XI = ۱۱ = ۱ + ۱۰

۲- هر رقم که طرف چپ رقم دیگر نوشته شود از آن کم می‌شود.

مثال IV= ۴ = ۱ – ۵ , IX = ۹ = ۱ – ۱۰

۳- در ارقام رومی از سه رقم مشابه، زیادتر پهلوی هم نوشته نمی شود.

مثال II= ۲ , III = ۳ , XX = ۲۰



فعالیت

اعداد رومی زیر را بخوانید و مساوی هر یک آن را بنویسید.

VIII ,XVI ,XI ,XIV ,XII,

X ,VII ,III ,IV ,XX ,XVII,

XVIII ,VI ,XV ,II ,I,

سؤال

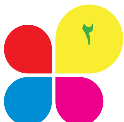
اعداد زیر را به ارقام رومی بنویسید.

۲، ۴، ۶، ۸، ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۴، ۱۸، ۱۶، ۱۲



کارخانه گی

شاگردان سه عدد یک رقمی و چهار عدد دو رقمی را به ارقام رومی نوشته باخود بیاورد.





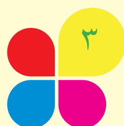
تجزیۀ اعداد به عامل‌های ضربی اولیۀ آن‌ها

قابلیت‌های تقسیم

- عددهایی یک رقمی را نام بگیرید که رقم یک‌های آن‌ها جفت باشد.
- عددهایی را نام بگیرید که رقم یک‌های آن‌ها صفر باشد.

۱. قابلیت تقسیم بر ۲

هر عدد که رقم مرتبۀ یک‌های آن صفر یا جفت باشد بر (۲) پوره قابل تقسیم است؛ مانند اعداد: ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۶، ۲۰، ۴۶۰ و . . . پس هر عدد که در مرتبۀ یک‌های آن یکی از رقم‌های جفت یا صفر نوشته شده باشد، آن عدد بر ۲ پوره قابل تقسیم است؛ بنابرآن گفته می‌توانیم که هر یک از عددهای ۳۷۲، ۱۹۲، ۷۴، ۱۵۶، ۱۹۲۰، ۷۴۰، ۳۷۰ و ۱۰۷۸ بر ۲ قابل تقسیم اند، یعنی بر ۲ پوره تقسیم می‌شوند.



۲- قابلیت تقسیم بر ۳

اگر مجموع رقم‌های یک عدد بر ۳ پوره تقسیم شود، خود آن عدد نیز بر ۳ پوره تقسیم می‌شود، طور مثال عدد ۱۵ بر ۳ قابل تقسیم است، زیرا مجموع رقم‌های عدد ۱۵ عبارت از ۶ = ۵ + ۱ است؛ چون ۶ بر ۳ پوره تقسیم می‌شود، پس خود عدد ۱۵ نیز بر ۳ پوره قابل تقسیم است. اعدادی؛ مانند ۳۵۱، ۱۳۵، ۷۲، ۶۴۵ و ۵۷۹ بر ۳ پوره قابل تقسیم استند، زیرا مجموع ارقام شان به ۳ پوره تقسیم می‌شوند.



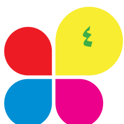
فعالیت‌ها

شاگردان در یافت کنند که در عددهای ۱۲۳۴۲ ، ۵۱۶ و ۷۲۴ کدام یک بر ۳ و کدام یک بر ۲ پوره قابل تقسیم است؟



کارخانه‌گی

هر یک از شاگردان چهار عدد را در کتابچه‌های خود بنویسند که به ۲ و ۳ پوره قابل تقسیم باشند.



۳- قابلیت تقسیم بر ۴

• عددهایی را نام بگیرید که رقم یک‌ها و ده‌های آن‌ها صفر باشد.

• عددهایی را نام بگیرید که رقم یک‌های آن ۲ یا ۶ و رقم ده‌های آن طاق باشد.

• عددهای را نام بگیرید که رقم یک‌های آن ۴ یا ۸ و رقم ده‌های آن جفت باشد.

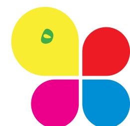
الف) هر عددی که دو رقم یک‌ها و ده‌های آن صفر باشد بر ۴ پوره قابل تقسیم است؛ مانند: ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، و غیره.

ب) هر عددی که رقم یک‌های آن ۲ و یا ۶ بوده و رقم ده‌های آن طاق باشد بر ۴ پوره قابل تقسیم است؛ مانند: ۱۱۲، ۱۹۲، ۲۱۲، ۵۶، ۱۳۶، ۱۷۶، ۲۴۱۶، ۹۷۶ و غیره.

ج) اگر رقم یک‌های یک عدد ۰ ، ۴ و یا ۸ بوده و رقم ده‌های آن جفت باشد آن عدد نیز بر ۴ پوره قابل تقسیم است؛ مانند: اعداد ۲۰، ۶۰، ۲۸۰، ۲۰۴، ۲۴۴، ۵۷۸۴، ۱۰۰۸، ۳۰۸ و غیره.

۴- قابلیت تقسیم بر ۵

هرعددی که رقم مرتبهٔ یک‌های آن صفر یا ۵ باشد، آن عدد بر ۵ پوره قابل تقسیم است؛ مانند: عددهای ۳۱۰، ۶۹۵، ۷۵ و ۲۰۰؛ زیرا مرتبهٔ یک‌های هر یک از این اعداد صفر یا ۵ است.





فعالیت‌ها

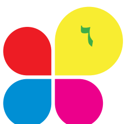
شاگردان هرکدام سه سه عدد را بنویسندکه به ترتیب بر ۵ و ۴ پوره قابل تقسیم باشند.

شاگردان دو عدد سه رقمی را بنویسند که یک‌های آن‌ها ۵ باشد و نیز دو عدد چهار رقمی را بنویسند که یک‌های آن‌ها صفر باشد.



کارخانه‌گی

شاگردان ۴ عددی را بنویسند که به ترتیب بالای ۲، ۳، ۴ و ۵ پوره قابل تقسیم باشند.



سؤال‌ها

۱- سه عددی را بنویسید که بر ۵ پوره قابل تقسیم نباشند.

۲- دو عددی را بنویسید که بر ۳ پوره قابل تقسیم نباشند.

۳- از اعداد زیر آن اعدادی را دریافت کنید که بر ۴ پوره قابل تقسیم باشند.

۱۰۲۲ ، ۵۰۸ ، ۶۰۴ ، ۹۱۲ ، ۷۰۶ ، ۳۲۴ ، ۴۰۱۴ ، ۳۹۶ ، ۸۲۲ ، ۶۳۴ ، ۸۲۲ ۶۳۴ ، ۳۷۶ ، ۴۱۶ ، ۶۱۸ ، ۳۰۴ ، ۸۰۴ .

۴- در هر یک از اعداد زیر به جای علامت (*) کدام رقم نوشته شود تا عددهای حاصله بر ۴ قابل تقسیم باشند؟

۲*۴۵ ، ۴۰*۵۱ ، *۱۸۳ ، ۸۴*۲ ، **۲ .

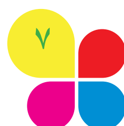
۵- چهار عدد را بنویسید که هم بر ۵ و هم بر ۲ پوره قابل تقسیم باشند.

۶-کدام یک از عددهای زیر بر ۲ ، ۳ ، ۵ و ۴ پوره قابل تقسیم اند؟ به صورت جداگانه در کتابچه‌های تان بنویسید.

الف) ۲۴ ، ۳۰ ، ۴۸ ، ۶۰ ، ۶۹ ، ۷۲ ، ۵۱ ، ۸۱ ، ۹۱ ، ۹۹ .

ب) ۱۲۰ ، ۴۲۰ ، ۲۷۳ ، ۱۱۸ ، ۱۱۱ ، ۱۰۹ ، ۳۲۱ ، ۴۱۶ .

ج) ۱۳۲۰ ، ۳۰۰۱ ، ۵۰۰۱ ، ۵۰۱۰ ، ۱۳۰۲ ، ۱۰۰۰ .



۷- در جاهای خالی کلمه‌هایی را بنویسید که تعریف مربوطه را تکمیل کنند.

الف) هر عددی که رقم مرتبهٔ یک‌های آن (......) یا جفت باشد آن عدد بر ۲ پوره قابل تقسیم است.

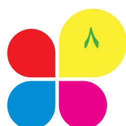
ب) اگر(.....) رقم‌های یک عدد بر ۳ پوره تقسیم شود، خود آن عدد نیز بر (......) پوره قابل تقسیم است.

ج) هر عددی که رقم مرتبهٔ یک‌های آن (.........) یا ۵ باشد آن عدد بر (.......) پوره قابل تقسیم است.



کارخانه‌گی

چهار عددی بنویسید که بالای ۲ پوره قابل تقسیم باشند.



۵- قابلیت تقسیم بر ۷

• دو عددی را نام بگیرید که بالای ۷ پوره قابل تقسیم باشند.

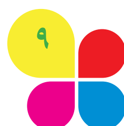
• در یک عدد چند رقمی چطور می‌توان فهمید که بر عدد ۷ قابل تقسیم است؟

اعدادی بر ۷ قابل تقسیم اند که خواص زیر را دارا باشند:

اگر رقم یک‌های یک عدد حذف شود و دو چند این رقم حذف شده را از ارقام باقی ماندهٔ عدد مذکور تفریق کنیم، در صورتی که حاصل تفریق به دست آمده صفر یا عددی باشد که بالای هفت پوره تقسیم شود خود آن عدد هم بر ۷ پوره قابل تقسیم است. اگر حاصل تفریق یک عدد بزرگ باشد عملیهٔ فوق را تکرار نموده تا وقتی که از حاصل تفریق یک عدد کوچک به دست آید. اگر این عدد صفر یا عددی باشد که بالای ۷ پوره تقسیم شود، خود عدد هم بالای ۷ پوره قابل تقسیم است؛ طور مثال: ۲۰۳ بر ۷ پوره قابل تقسیم است، زیرا اگر ۳ حذف شود ۲۰ باقی می‌ماند، اگر ۳ را در ۲ ضرب کنیم ۶ = ۳ × ۲ به دست می‌آید. اکنون اگر ۶ را از ۲۰ تفریق کنیم ۱۴ = ۶ - ۲۰ می‌شود. عدد ۱۴ که به دست آمده است بر ۷ پوره تقسیم می‌شود؛ پس گفته می‌توانیم که عدد ۲۰۳ بر ۷ پوره قابل تقسیم است.

مثال: آیا عدد ۶۵۴۵ بر ۷ پوره قابل تقسیم است؟

رقم مرتبهٔ یک‌ها یعنی ۵ را حذف کرده دو چند میسازیم ۱۰ = ۲ × ۵ بعد از ۶۵۴ تفریق می‌نماییم، یعنی: ۶۴۴ = ۱۰ - ۶۵۴ به دست می‌آید. ۶۴۴ باز هم یک عدد بزرگ است. اکنون رقم ۴ یک‌ها را حذف کرده دو چند می کنیم.



۸ = ۲ × ۴ و آن را از باقیمانده، یعنی ۶۴ تفریق می‌نماییم.

$$۶۴ - ۸ = ۵۶$$

دیده می‌شود که ۵۶ بر ۷ پوره قابل تقسیم است؛ پس گفته می‌توانیم که عدد ۶۵۴۵ نیز بر ۷ پوره قابل تقسیم است.



فعالیت‌ها

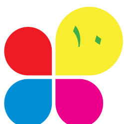
سه عدد سه رقمی را بنویسید و عملیه‌یی را بالای آن‌ها تطبیق کنید که نشان دهندهٔ قابلیت تقسیم بر ۷ می‌باشد.

دو عدد چهار رقمی را بنویسید که بر ۷ پوره قابل تقسیم باشد.



کارخانه‌گی

دو عدد چهار رقمی را بنویسید که بالای ۷ پوره قابل تقسیم باشد.



٦- قابلیت تقسیم بر ۹

• کی قابلیت تقسیم بر عددهای ۹ و ۱۰ را گفته می‌تواند؟
• فرق بین تعریف قابلیت‌های تقسیم عددهای ۹ و ۱۰ چیست؟

هر عددی که مجموع ارقام آن بر ۹ پوره تقسیم شود، آن عدد بر ۹ پوره قابل تقسیم است.

مثال: عدد ۸۱۹۹ را در نظر می گیریم:

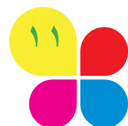
نخست ارقام آن را جمع می‌نماییم: ۲۷ = ۹ + ۹ + ۱ + ۸ از این که مجموع ارقام عدد ۸۱۹۹ یعنی ۲۷ بر ۹پوره قابل تقسیم است، پس عدد ۸۱۹۹ بر ۹پوره قابل تقسیم است.



فعالیت‌ها

- در اعداد زیر آن اعدادی را که بر ۹ قابل تقسیم باشند و همچنان اعدادی را که بر(۹) قابل تقسیم نباشند به طور جداگانه بنویسید.

۴۹۵ ، ۵۰۴ ، ۲۱۳ ، ۱۸۰۹ ، ۲۰۷ ، ۵۱۶ ، ۱۰۵ ، ۹۲۳ ، ۷۲۷ ، ۵۶۳ ، ۱۸۹۰۹ ، ۴۳۵ ، ۱۸۰۹ .



۷- قابلیت تقسیم بر ۱۰

هر عددی که رقم مرتبهٔ یک‌های آن صفر باشد آن عدد بر ۱۰ پوره قابل تقسیم است.

مثال: اعداد ۲۱۰، ۵۰۰، ۳۲۰ و ۲۰ را در نظر بگیرید چون رقم مرتبهٔ یک‌های هر یک از اعداد مذکور صفر است، پس هرکدام آن‌ها بر ۱۰ پوره قابل تقسیم اند.



فعالیت‌ها

سؤال‌های زیر را به گونهٔ شفاهی جواب دهید. (تمام شاگردان سهیم شوند.)

۴۵ ÷ ۵ = ?، ۴۵ ÷ ۹ = ?، ۱۵ ÷ ۵ =?، ۱۵ ÷ ۳ = ?، ۷۰ ÷ ۱۰ = ?

۹۹ ÷ ۹ = ?، ۱۰۰ ÷ ۱۰ = ?، ۶۳ ÷ ۹ = ?، ۶۳ ÷ ۷ = ?، ۱۶ ÷ ۴ = ?

۹۹ ÷ ۳ = ?، ۷۲ ÷ ۸ = ?، ۵۶ ÷ ۸ = ?، ۶۰ ÷ ۱۰ = ?

۹۰ ÷ ۱۰ = ?، ۷۲ ÷ ۹ = ?، ۸۱ ÷ ۹ = ?



کارخانه‌گی

سه عدد را بنویسید که بالای ۹ پوره قابل تقسیم باشند.

۸- قابلیت تقسیم بر ۱۱

• در کدام صورت یک عدد بالای (۱۱) پوره تقسیم می‌شود ؟

• کی عددی را نشان داده می تواند که بالای عدد (۱۱) پوره قابل تقسیم باشد؟

اگر حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه‌های جفت و طاق یک عدد صفر و یاعددی باشد که بر ۱۱ پوره تقسیم شود، خود آن عدد هم بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

مثال اول : درعدد ۳۵۲ ، مجموع ارقام مرتبه‌های طاق آن (۵ = ۲ + ۳) و رقم مرتبهٔ جفت آن ۵ است؛ بنابرآن ۰ = ۵ - ۵ دیده می‌شود که حاصل تفریق صفر است؛ پس عدد ۳۵۲ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

مثال دوم : عدد ۸۹۲۹۵۸ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است یا خیر؟

۲۶ = ۹ + ۹ + ۸ مجموع ارقام مرتبه‌های طاق

۱۵ = ۸ + ۲ + ۵ مجموع ارقام مرتبه‌های جفت

چون حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه‌های جفت و طاق ۱۱= ۱۵ - ۲۶ است؛ پس عدد ۸۹۲۹۵۸ بر عدد ۱۱ پوره قابل تقسیم است.



فعالیت

یک عدد سه رقمی طور مثال ۵۱۶ را به شکل تکراری طوری بنویسید که عدد شش رقمی به دست آید. آن را نخست بر ۷ تقسیم کرده می‌بینید که بر ۷ قابل تقسیم است، یعنی باقیمانده صفر است. دوم همین خارج قسمت را بر ۱۱ تقسیم کنید ، باز هم بر ۱۱ پوره تقسیم می‌شود، یعنی باقیمانده صفر است. اکنون خارج قسمت آخر را بر ۱۳ تقسیم کنید، در این صورت نیز دیده می‌شود که باقیمانده صفر است و بگویید که خارج قسمت چند است؟ همین کار را با یک عدد سه رقمی دیگر نیز امتحان کنید.



کارخانه گی

اعداد داده شدۀ ۲۲۱۹، ۴۱۴، ۵۶۷۰ و ۵۶۴۳ را در نظر بگیرید و بگویید کدام یک بر ۷، کدام یک بر ۹ ، کدام یک بر ۱۰ و کدام یک بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است(قابلیت تقسیم دارد)؟

سؤال‌ها

۱ – در هر یک از اعداد زیر به جای علامت * کدام رقم را نوشته کنیم تا اعداد مذکور بر ۹ پوره قابل تقسیم باشند؟ ۳ * ۵، * ۷۱۴۲ ، * ۹۸ ، * ۷ ، ۴۱ ، ۶۵*۱۳ ، ۳۲۱ * ، ۷۵ * ۶ ، * ۱۴ ، ۳۵*۹ ، ۱۲*۸ ، ۱۰۶*۷ ، ۲۱۹۶۶۳*۳ ، ۷۷*۸ ، ۷۹*۹ ، ۸۸*۵ ، ۱۱۱*۹ .

۲– کدام یک از اعداد زیر بر عدد ۷ و کدام یک بر عدد ۱۱ پوره قابل تقسیم است و کدام آن پوره قابل تقسیم نیست؟

۵۱۷۳ ، ۱۶۱۷ ، ۸۳۱ ، ۵۶۸۵ ، ۳۴۳ ، ۷۱۵۲۸۹۳ ، ۱۲۳۴۲۱ ، ۱۲۳۲۱ ، ۱۳۱۳ .

۳– در جاهای خالی عبارت‌های زیر، کلمه‌هایی را بنویسید که تعریف مربوط را تکمیل کند.

الف) اگر رقم (   ) حذف و دوچند این رقم حذف شده از ارقام باقیمانده تفریق شود، در صورتی که حاصل تفریق بر (   ) پوره تقسیم شود خود عدد هم بر ۷ پوره قابل تقسیم است.

ب) عددی که (   ) ارقام آن بر (   ) پوره تقسیم شود آن عدد بر ۹ پوره قابل تقسیم است.

ج) هر عددی که رقم مرتبهٔ (   ) آن (   ) باشد آن عدد بر ۱۰ پوره قابل تقسیم است.

د) اگر حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه‌های (   ) و (   ) یک عدد صفر باشد آن عدد بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

۴– آیا این اعداد بر ۷ پوره قابل تقسیم اند یا خیر؟

۲۲۴ ، ۶۷۲ ، ۲۳۸ ، ۹۴۵ ، ۴۵۵ ، ۹۱۳۵ ، ۴۲۷۰

۵– آیا این اعداد بر ۱۱ پوره قابل تقسیم اندیانه ؟

۶۹۳ ، ۵۸۷۴ ، ۵۵۱۱ ، ۸۲۹۰۷ ، ۹۸۹۲۳ ، ۸۷۵۶ ، ۹۳۹۲۹



کارخانه‌گی

شاگردان باقیماندهٔ سؤال‌ها را در خانه حل نموده با خود بیاورند.

عددهای اولیه (ساده) و غیر اولیه (مرکب)

• آیا مفهوم اعداد اولیه و اعداد (مرکب) را می‌دانید؟

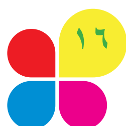
• کی می‌تواند یک عدد اولیه و یک عدد غیر اولیه را روی تخته بنویسد؟

ایراتو ستینس Eratosthenes یکی از ریاضی دان‌ها، منجمان و جغرافیه دانان معروف یونان باستان که در سال‌های تقریباً (۲۷۳ - ۱۹۲) ق م یعنی قبل از تولد حضرت مسیح زنده‌گی کرده است، عددهای طبیعی را به دو دستهٔ فرعی آن تقسیم نموده بود. در یکی از آن‌ها عددهایی را که به جز از یک و خودش به کدام عدد دیگر پوره تقسیم نشوند ترتیب کرده بود که این نوع عددهای طبیعی را به نام عددهای اولیه یا ساده یاد کرد و نوع دوم آن را همان عددهای طبیعی که علاوه از خودشان و یک به کدام عدد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشند، عددهای مرکب یا غیر اولیه یاد کرد.

بنا برآن، ایراتو ستینس عددهای اولیه را این طور تعریف کرد.

هر عددی که به جز از یک و خودش به کدام عدد دیگر پوره تقسیم نشود، عدد اولیه یا ساده نامیده می‌شود.

ایراتو ستینس در بارهٔ عدد ۱ چیزی نگفته بود؛ ولی بنابر تعریف، هر یک از عددهای ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ... عددهای اولیه (ساده) اند؛ زیرا هیچ کدام این عددها به جز از یک و خودشان به کدام عدد دیگر پوره قابل



تقسیم نیستند؛ بنابرآن هر یک از آن‌ها یک عدد اولیه استند. به همین قسم عددهای غیر اولیه و یا مرکب را چنین تعریف کرده می‌توانیم:

هر عددی که بر علاوهٔ از خودش و یک به کدام عدد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشد، عدد غیر اولیه یا مرکب نامیده می‌شود.

هر یک از عددهای ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶، .... عبارت از عددهای غیر اولیه اند؛ زیرا هر یک از این‌ها بر علاوهٔ یک و خودش کم از کم به یک عدد دیگر نیز پوره قابل تقسیم اند، اگر دقت کنیم ۲ یگانه عدد جفت است که عدد اولیه می‌باشد. به جز از ۲ دیگر تمام عددهای جفت عددهای غیر اولیه یا مرکب اند.



فعالیت‌ها

۱- سه عدد دو رقمی را بنویسید که هر کدام آن عدد اولیه باشد.

۲- چهار عدد دو رقمی را که اعداد غیر اولیه یا مرکب باشند در کتابچه‌های تان بنویسید.

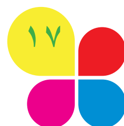


کارخانه‌گی

شاگردان هر کدام، چهار عدد اولیهٔ دو رقمی و سه عدد غیر اولیهٔ دو رقمی را در کتابچه‌های شان بنویسند.

---

* اعداد طبیعی اعدادی اند که از ابتدای خلقت بشر، انسان‌ها به آن شناخت پیدا نمودند؛ مانند: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ...



اجزای ضربی و تجزیه

۱- اجزای ضربی

- آیا مفهوم اجزای ضربی یک عدد را می‌دانید؟
- کی عددی را روی تخته می‌نویسد که دارای سه جزء ضربی مساوی باشد؟

اگر یک عدد در عدد دیگر ضرب شود، هر کدام از اعداد ضرب شونده را جزء ضربی حاصل ضرب گویند و اعداد ضرب شونده را به نام اجزای ضربی حاصل ضرب یاد می‌نمایند.

مثال اول: ۱۰ = ۲ × ۵

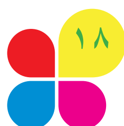
در این مثال اعداد ۲ و ۵ هر کدام به تنهایی جزء ضربی حاصل ضرب (۱۰) است که هر دو عدد ۲ و ۵ را اجزای ضربی عدد (۱۰) گویند.

مثال دوم : ۱۲ = ۲ × ۲ × ۳

مثال سوم : ۲۰ = ۲ × ۲ × ۵

در مثال‌های فوق اجزای ضربی عدد ۱۲ عبارت اند از: ۲، ۲ و ۳ اما اجزای ضربی عدد ۲۰ عبارت از عددهای ۲، ۲ و ۵ می‌باشند.

در مثال‌های ۱، ۲ و ۳ هر یک از اعداد ۱۰، ۱۲و ۲۰ بالای هر یک از اجزای ضربی خود پوره قابل تقسیم اند.





فعالیت‌ها

۱- اجزای ضربی هر یک از اعداد ۱۶ ، ۳۵ ، ۴۵ ، ۱۸ و ۲۵ را پیدا کنید.

۲- چهار عددی را بنویسید که فقط عددهای ۲ و ۳ اجزای ضربی آن‌ها باشند.



کار خانه‌گی

شاگردان اجزای ضربی اعداد ۲۸ ، ۳۲ و ۱۴ را پیدا کرده در کتابچه‌های خود بنویسند.

۲ ـ تجزیه

• کی می‌تواند عدد ۱۳ را به شکل سه جزء ضربی روی تخته بنویسد؟

عملیه‌یی که در آن یک عدد به شکل حاصل ضرب دو یا زیاده از دو عدد نوشته شده باشد تجزیه گفته می‌شود. به گونهٔ مثال: هر یک از اعداد ۱۰، ۱۵، ۱۲ و ۲۰ که به شکل‌های زیر نوشته شده اند:

$$۵ \times ۲ = ۱۰$$

$$۵ \times ۳ = ۱۵$$

$$۳ \times ۲ \times ۲ = ۱۲$$

$$۵ \times ۲ \times ۲ = ۲۰$$

همچنان هر کدام اعداد فوق الذکر به اجزای ضربی خود تجزیه شده اند.

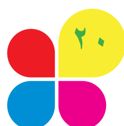


فعالیت‌ها

اعداد ۲۹ ، ۹ ، ۱۶ ، ۳۱ ، ۲۱ ، ۱۴ ، ۱۷ ، ۱۵ ، ۱۳ را در کتابچه‌هایتان رونویس کنید.

الف) به دور عددهای دایره بکشید که محض دارای دو جزء ضربی باشند.

ب) به دور عددهای، مربع بکشید که دارای دو یا چندین جزء ضربی باشند.



سؤال‌ها

۱- اعدادی را بنویسید که ۱۷ بر آن‌ها پوره قابل تقسیم باشد.

۲- اعدادی را بنویسید که ۲۴ بر آن‌ها پوره قابل تقسیم باشد.

۳- آیا ۱۱ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است، بگویید دیگر به کدام عدد پوره قابل تقسیم است؟

۴- آیا کدام عدد اولیه را پیدا کرده می‌توانید که بر سه عدد پوره قابل تقسیم باشد؟

۵- چهار عددی را بنویسید که هرکدام، غیر از خودش و یک، به عدد دیگری نیز پوره قابل تقسیم باشند.

۶- دراعداد زیر عددهای اولیه و عددهای غیر اولیه (مرکب) را به طور جداگانه جدول کنید.

۱۰۱ ، ۱۲۱ ، ۲۵۳ ، ۴۰۹ ، ۵۶۳ ، ۸۶۳ ، ۹۷۷



کارخانه‌گی

آیا حاصل ضرب دو عدد اولیه:

الف) یک عدد اولیه بوده می‌تواند؟

ب) یک عدد مرکب شده می‌تواند؟

۳ – تجزیه به اعداد اولیه

• آیا عددهای اولیه زیاده از دو جزءضربی دارند؟

• یک عدد را به چند طریق می‌توان تجزیه کرد؛ طوری که اجزای ضربی جداگانه داشته باشد؟

یک عدد را به اشکال مختلف به اجزای ضربی آن تجزیه کرده می‌توانیم.

طور مثال: عدد ۳۶ را در نظر می گیریم.

۱- $۱ \times ۳۶ = ۳۶$

۲- $۳ \times ۱۲ = ۳۶$

۳- $۶ \times ۶ = ۳۶$

۴- $۲ \times ۱۸ = ۳۶$

۵- $۹ \times ۴ = ۳۶$

۶- $۲ \times ۲ \times ۹ = ۳۶$

۷- $۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۳۶$

در تجزیهٔ شماره ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ دیده می‌شود که در اجزای ضربی عدد ۳۶ اعداد غیر اولیه یا مرکب شامل اند؛ اما در تجزیهٔ شماره ۷ در اجزای ضربی عدد ۳۶ کدام عدد غیر اولیه شامل نیست؛ بلکه همه اجزای ضربی آن اعداد اولیه اند. تجزیهٔ شماره (۷) را تجزیه به اعداد اولیه گویند؛ بنا بر آن تجزیهٔ یک عدد به اجزای ضربی اولیه را تجزیه به اعداد اولیه می گویند.



فعالیت‌ها

۱- تمام آن اعداد دو رقمی را بنویسید که:

الف) دارای دو جزء ضربی اولیهٔ مساوی باشند.

ب) دارای سه جزء ضربی اولیهٔ مساوی باشند.

۲- آن عدد را پیدا کنید که اجزای ضربی آن اعداد اولیهٔ ۱ ، ۳ و ۵ باشد.



کارخانه گی

اعداد ۹ ، ۱۵ و ۲۱ را به اعداد اولیه تجزیه کرده در کتابچه های تان بنویسید.



طریقهٔ تجزیهٔ یک عدد مرکب به اعداد اولیه

- در اعداد یک رقمی، بزرگترین عدد اولیه کدام عدد است؟
- کی می‌تواند تمام اعداد اولیهٔ یک رقمی را نام بگیرد؟

هرگاه بخواهیم عددی را به اعداد اولیه تجزیه نماییم، نخست آن را نوشته و به طرف چپ آن یک خط عمود رسم می‌کنیم. بعد قابلیت تقسیم را به ترتیب بالای اعداد اولیه ۲، ۳، ۵، ۷،... تطبیق می‌کنیم؛ یعنی اول می‌بینیم که عدد داده شده به کوچکترین عدد اولیه، یعنی ۲ پوره قابل تقسیم است یانه؟ اگر به عدد ۲ پوره قابل تقسیم بود در آن صورت عدد ۲ را به طرف چپ خط عمود نوشته و عدد داده شده را تقسیم ۲ کرده حاصل تقسیم را به زیر خودش می‌نویسیم و عملیهٔ تقسیم را تا زمانی ادامه می‌دهیم، که دیگر بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم نباشد. اکنون دیده می‌شود که خارج قسمت به دست آمده به دومین عدد اولیه، یعنی ۳ پوره قابل تقسیم است یا نه ؟

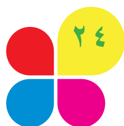
در صورت تقسیم شدن، عملیهٔ تقسیم را مانند عدد ۲ تا وقتی ادامه می‌دهیم که دیگر بر عدد ۳ پوره تقسیم نشود. به همین ترتیب عملیه را بالای اعداد اولیهٔ ۵، ۷، ۱۱ ،... ادامه می‌دهیم تا آخرین حاصل تقسیم در ستون عدد داده شده مساوی به عدد یک گردد. عددهایی که به طرف چپ خط عمود نوشته شده اند اجزای ضربی اولیهٔ عدد داده شده می‌باشند.

مثال اول : می‌خواهیم که عدد ۹۰ را به اجزای ضربی اولیهٔ آن تجزیه نماییم.

۹۰	۲
۴۵	۳
۱۵	۳
۵	۵
۱	

حل: عدد ۹۰ بر اولین عدد اولیه، یعنی ۲ پوره قابل تقسیم است، پس عدد ۲ را به طرف چپ خط عمود در مقابل عدد ۹۰ نوشته و عملیهٔ تقسیم را انجام می‌دهیم. خارج قسمت را که عدد ۴۵ است زیر ۹۰ می‌نویسیم. عدد ۴۵ به عدد ۲ پوره قابل تقسیم نیست؛ اما بر دومین عدد اولیه، یعنی ۳ پوره قابل تقسیم است و حاصل تقسیم عدد ۱۵ می‌شود که عدد ۱۵ باز هم بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم بوده و حاصل تقسیم آن عدد ۵ می‌شود. عدد ۵ دیگر بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم نیست؛ اما دیده می‌شود که بر سومین عدد اولیه یعنی ۵ پوره قابل تقسیم می‌باشد که خارج قسمت آن عدد ۱ شده و عملیهٔ تجزیه به پایان می‌رسد. در نتیجه، عددهای اولیهٔ ۲، ۳، ۳ و ۵ اجزای ضربی اولیهٔ عدد (۹۰) می‌باشند، یعنی:

$$۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ = ۹۰$$



مثال دوم: عدد ۵۰۴ را به اعداد اولیه تجزیه می‌نماییم.

۵۰۴	۲
۲۵۲	۲
۱۲۶	۲
۶۳	۳
۲۱	۳
۷	۷
۱	

۵۰۴ = ۲ × ۲× ۲ × ۳ × ۳ × ۷

مثال سوم : می‌خواهیم عدد ۱۴۴ را به اعداد اولیه تجزیه کنیم.

۱۴۴	۲
۷۲	۲
۳۶	۲
۱۸	۲
۹	۳
۳	۳
۱	

۱۴۴ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳

مثال چهارم: عدد ۳۶۰ را به اعداد اولیه چنین تجزیه می‌کنیم.

۳۶۰	۲
۱۸۰	۲
۹۰	۲
۴۵	۳
۱۵	۳
۵	۵
۱	

۳۶۰ = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳ × ۵



فعالیت‌ها

جدول زیر را در کتابچه‌های تان ترسیم کرده، اجزای ضربی اعداد اولیهٔ هر یک را از کوچکترین به بزرگترین بنویسید؛ مانند عدد ۴۵ که طور زیر تجزیه شده است:

عدد	تجزیه به اعداد اولیه			
۴۵	۳	۳	۵	
۵۶				
۴۸				
۳۰				

سؤال‌ها

۱- عدد ۱۲۶۰۰ را به اعداد اولیهٔ آن تجزیه نمایید.

۲- عدد ۳۶۰۰ را به اعداد اولیهٔ آن تجزیه نمایید.

۳- عدد ۷۵۰ را به اعداد اولیهٔ آن تجزیه نمایید.



کارخانه‌گی

عددهای ۵۰۰۵ ، **۳۳۳۳۳** و ۱۸۲ را به اعداد اولیه تجزیه نموده و اجزای ضربی اولیهٔ آن را فهرست کنید.

طاقت و توان

- کی گفته می‌تواند کوتاه ترین طریقهٔ جمع اجزای مساوی را به چه نام یاد می‌کنند ؟

- آیا می‌توان یک عملیهٔ ضرب را که اجزای مساوی داشته باشد به شکل مختصر نوشت، چطور ؟

مساوات زیر را در نظر بگیرید:

۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۲

۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۱۲

۴+ ۴ + ۴ + ۴ = ۱۶

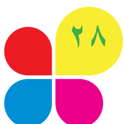
۵+ ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۳۵

۳ × ۳ = ۹

۵× ۵ × ۵ × ۵ = ۶۲۵

۱۱ × ۱۱ × ۱۱ = ۱۳۳۱

شاگردان عزیز، آیا برای نشان دادن و نوشتن مساوات فوق کدام طریقهٔ کوتاه‌تر وجود دارد؟



به یاد خواهید داشت که:

کوتاه ترین طریقهٔ جمع اعداد مساوی، عبارت از ضرب است.

یعنی: $۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۶ \times ۲$

$۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۴ \times ۳$

$۴ + ۴ + ۴ + ۴ = ۴ \times ۴$

$۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۷ \times ۵$

شما دیدید که اجزای مساوی جمع به عملیهٔ ضرب خلاصه شد. آیا برای دریافت حاصل ضرب، عامل‌های ضربی را که باهم مساوی باشند به شکل دیگری می‌توانیم بنویسیم؟

همین قسم می‌توان افاده‌های ضربی را نیز به شکل سادهٔ آن نوشت، طور مثال: افادهٔ ۳×۳ را به صورت $۳^۲$ می‌نویسیم و آن را می‌خوانیم ۳ به نما یا توان ۲.

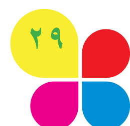
به همین ترتیب $۵^۴ = ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵$، را می‌خوانیم ۵ به توان یا نمای ۴ و $۱۱^۳ = ۱۱ \times ۱۱ \times ۱۱$ را می‌خوانیم ۱۱ به نما یا توان ۳؛ یعنی:

$۳^۲ = ۹$

$۵^۴ = ۶۲۵$

$۱۱^۳ = ۱۳۳۱$

به این ترتیب برای ضرب اعداد مساوی هم یک طریقهٔ کوتاه را به دست آوردیم که آن را طور زیر تعریف می‌کنیم:



کوتاه‌ترین طریقهٔ نشان دادن حاصل ضرب تکراری یک عدد را طاقت(Power) می‌نامند.

مثلاً : $۳ \times ۳ = ۳^{۲}$ یک طاقت عدد ۳ است.

به همین قسم $۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^{۴}$ و $۱۱ \times ۱۱ \times ۱۱ = ۱۱^{۳}$ نیز طاقت‌های اعداد ۵ و ۱۱ اند که در $(۳)^{۲}$ ، (۳)را قاعده (Base)، عدد ۲ را توان نما یا Exponent و خود $(۳^{۲})$ را طاقت دوم ۳ یا ۳ مربع می گویند.

۳ به نما یا توان ۲ یعنی $(۳)^{۲}$ نشان می‌دهد که قاعده، ۲ مرتبه در نفس خود ضرب شده است.

$(۵)^{۸}$ نشان می‌دهد که ۵ هشت مرتبه با خودش ضرب شده است.

$$۵^{۸} = ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵$$

به همین ترتیب $(۱۰)^{۶}$ و $(۱۵)^{۴۵}$ نشان می‌دهند که ۱۰ شش مرتبه و ۱۵، ۴۵ مرتبهٔ به خودش ضرب شده است.



فعالیت‌ها

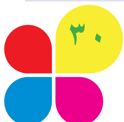
۱- در عددهای $(۲)^{۱۰}$ ، $(۱۰)^{۲}$ ، $(۵)^{۷}$ و $(۲۵)^{۶}$ نما ، قاعده و طاقت را نشان دهید.

۲- $(۸)^{۱۰}$ را به شکل ضرب بنویسید.

۳- نتیجهٔ آخری $(۸)^{۳}$ را به دست آورید.

۴- عددهای زیر را خوانده و حساب کنید.

$(۱۰)^{۳} = ?$ ، $(۱)^{۲} = ?$ ، $(۱۲)^{۲} = ?$ ، $(۴)^{۳} = ?$





کارخانه گی

شاگردان طاقت‌های $(8)^{5}$ ، $(6)^{7}$ ، $(12)^{4}$ و $(25)^{2}$را به شکل ضرب در کتابچه‌های خویش بنویسند.

سؤال‌ها

۱- اعداد اولیه‌یی را بنویسید که حاصل ضرب شان ۱۸ باشد.

۲- اگر عدد ۳ یک جزء ضربی و عدد ۷ جزء ضربی دیگر یک عدد باشد، آن عدد چند است؟

۳- آیا چنین یک مستطیلی وجود داشته می‌تواند که اضلاع و محیط آن عدد اولیه باشند؟

۴- کدام یک از جمله‌های زیر صحیح و کدام یک آن غلط است؟ هر جملهٔ صحیح را توسط علامهٔ (✓) و هر جملهٔ غلط را توسط علامهٔ (X) در کتابچه‌های خود نشان دهید.

الف) عدد ۲۹ یک عدد اولیه است.

ب) هر عدد اولیه از ۱ بزرگتر است.

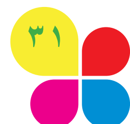
ج) اگر یک عدد جفت باشد عدد اولیه نیست.

د) (۱) عدد اولیه نیست.

هـ) هر عدد کم از کم یک جزء ضربی اولیه دارد.

و) $(7)^{3}$ نشان می‌دهد که عدد ۷ سه مرتبه در خودش ضرب شود.

ز) $(4)^{6}$نشان می‌دهد که عدد ۴ ، ۶ مرتبه با خودش ضرب شود.



۵- در صورتی که طول یک ضلع مربع ۳ سانتی متر باشد ، مساحت آن مساوی به ۹ سانتی متر مربع = ۳ × ۳ است. آیا مساحت مربع را با طول یک ضلع به توان ۲ نشان داده می‌توانیم؟

۶- می‌دانیم که $(۳)^{۳} = ۳ \times ۳ \times ۳$ و $(۵)^{۲} = ۵ \times ۵$ و $(۲)^{۴} = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$ است، پس بگویید که $(۵)^{۱} = ?$ $(۴)^{۱} = ?$ و $(۷)^{۱} = ?$ است؟

با نتیجه گیری از سؤال بالا گفته می‌توانیم که: هر عدد به توان یا نمای یک، عبارت از خود همان عدد است.

۷- افاده‌های زیر را به شکل طاقت بنویسید.

$۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ?$

$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ?$

$۱۳ \times ۱۳ \times ۱۳ \times ۱۳ = ?$

$۲۲ \times ۲۲ \times ۲۲ \times ۲۲ \times ۲۲ = ?$

$۲۰۱ \times ۲۰۱ \times ۲۰۱ = ?$

$۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ?$

۸- طاقت‌های زیر را به شکل ضرب بنویسید.

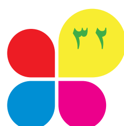
$(۴۶۷۸)^{۵} = ?$ $(۱۱۲)^{۴} = ?$ $(۲۷)^{۴} = ?$

$(۱۰۲)^{۸} = ?$ $(۶۷)^{۵} = ?$



کارخانه گی

عدد $(۱۰۰)^{۵}$ را به شکل حاصل ضرب و $۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷$ را به شکل طاقت بنوسید.





کسرهای عام و اعشاری



کسر عام

•کسر عام چگونه یک کسر را گویند؟

•کی می‌تواند در یک کسر عام، صورت کسر، مخرج کسر و خط کسری را روی تخته نشان بدهد؟

شاگردان عزیز !

عددی که تعداد حصه‌های یک شی قسمت شده را نشان می‌دهد، مخرج کسر و عددی که قسمت گرفته شده را نشان می‌دهد صورت کسر نامیده می‌شود.

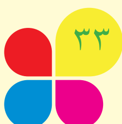
بین صورت و مخرج، خطی کشیده می‌شود که خط کسری نام دارد و صورت را از مخرج جدا می کندمانند: $\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}$ خط کسری

کسر واقعی و غیر واقعی: کسری که صورت آن از مخرج کوچک‌تر باشد کسر واقعی و کسری که صورت آن از مخرج بزرگ‌تر و یا با مخرج مساوی باشد کسر غیر واقعی می‌باشد.

عدد مخلوط: مجموعهٔ یک کسر و یک عدد صحیح را عدد مخلوط می گویند

مانند:

$$۱۵\frac{۲۶}{۳۷}$$



تبدیل کردن عدد مخلوط به کسر غیر واقعی: برای تبدیل کردن عدد مخلوط به یک کسر غیر واقعی، عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب کرده با صورت جمع کنیم و حاصل را بر مخرج بنویسیم. طور مثال:

$$۲\frac{۵}{۷} = \frac{۲ \times ۷ + ۵}{۷} = \frac{۱۴ + ۵}{۷} = \frac{۱۹}{۷}$$

تبدیل کردن کسر غیر واقعی به عدد مخلوط: چون در کسر غیر واقعی صورت کسر زیاد از مخرج کسر می باشد صورت را بر مخرج تقسیم کنید در نتیجهٔ این عملیه خارج قسمت به حیث عدد صحیح و با قیماندهٔ تقسیم، صورت و مقسوم علیه مخرج کسر است.

$$\frac{۲۷}{۴} = ?$$

به طور مثال:

$$\begin{array}{r|l} ۲۷ & ۴ \\ \hline -۲۴ & ۶ \\ \hline ۳ & \end{array} \Rightarrow ۶\frac{۳}{۴}$$



فعالیت‌ها

کسرهای غیر واقعی $\frac{۱۲}{۵}$ و $\frac{۳۱}{۳}$ را با اعداد مخلوط تبدیل کنید.

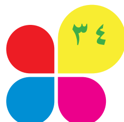
اعدادی مخلوط $۱۰\frac{۱}{۳}$ و $۳\frac{۲}{۵}$ را به کسرهای غیرواقعی تبدیل کنید.



کارخانه گی

اعداد مخلوط زیر را به کسرهای غیر واقعی تبدیل کنید.

$۶\frac{۷}{۸}$ ، $۹\frac{۳}{۴}$ ، $۲\frac{۷}{۸}$



هم‌مخرج کردن کسرها

هر گاه صورت و مخرج یک کسر به عین عدد ضرب یا تقسیم گردد، در قیمت کسر کدام تغییر واقع نمی‌شود یا کسر معادل آن به دست می‌آید. از این جهت میتوان صورت و مخرج کسر را کوچک یا بزرگ ساخت، یا به عبارت دیگر می‌توان کسرها را اختصار کرد یا آن‌ها را معادل ساخت.
اگر دو یا چند کسر که دارای مخرج‌های مساوی باشند آن کسرها را در اصطلاح کسرهای هم مخرج می گویند.

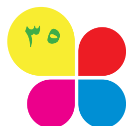
طریق هم‌مخرج کردن کسرها

برای هم مخرج کردن دو و یا چند کسر، صورت و مخرج هر کسر را ضرب مخرج‌های کسرهای دیگر می کنیم؛ سپس حاصل ضرب صورت‌ها را بر حاصل ضرب مخرج‌های کسرها مینویسیم.

طور مثال: کسرهای $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ را هم مخرج می‌سازیم:

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۵}{۵} = \frac{۱۰}{۱۵}$$

و $\frac{۴}{۵} = \frac{۴}{۵} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۱۲}{۱۵}$؛ چون هر دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ دارای مخرج‌های مساوی $\frac{۱۰}{۱۵}$ و $\frac{۱۲}{۱۵}$ گردیدند؛ پس گفته می‌شود که کسرهای مذکور هم مخرج گردیدند. به همین قسم کسرهای معادل کسور $\frac{۳}{۷}$، $\frac{۲}{۵}$



و $\frac{۵}{۶}$ را به ترتیب به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۷} = \frac{۳ \times ۶ \times ۵}{۷ \times ۶ \times ۵} = \frac{۹۰}{۲۱۰}$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۲ \times ۷ \times ۶}{۵ \times ۷ \times ۶} = \frac{۸۴}{۲۱۰}$$

$$\frac{۵}{۶} = \frac{۵ \times ۵ \times ۷}{۶ \times ۵ \times ۷} = \frac{۱۷۵}{۲۱۰}$$

در نتیجه، کسرهای $\frac{۹۰}{۲۱۰}$، $\frac{۸۴}{۲۱۰}$ و $\frac{۱۷۵}{۲۱۰}$ را در اصطلاح ریاضی

کسرهای هم مخرج میگویند.



کارخانه گی

کسرهای زیر را هم مخرج بسازید.

۱) – $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۵}$

۲) $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۲}{۳}$

اختصار کسرها (شکل سادهٔ یک کسر)

کی مفهوم کلمهٔ اختصار را گفته می تواند؟

اگر صورت و مخرج یک کسر همزمان به یک عدد پوره قابل تقسیم باشد، هر یک از صورت و مخرج همان کسر را به عدد مذکور تقسیم می کنیم. کسر جدیدی که حاصل می‌شود در اصل مساوی به کسر اول است؛ ولی در ظاهرصورت و مخرج آن کوچکتر از کسر اول به نظر می آید. یا کسر معادل آن است این یک حقیقت است که هر گاه صورت و مخرج یک کسر به یک عدد (بدون صفر) ضرب و یا تقسیم گردد قیمت کسر تغییر نمی کند.

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۵ \times ۶}{۷ \times ۶} = \frac{۳۰}{۴۲}$$

دراین مثال صورت و مخرج کسر، هر دو در عدد (۶) ضرب شده اند که کسر حاصل شدهٔ $\frac{۳۰}{۴۲}$ در حقیقت کسر معادل $\frac{۵}{۷}$ می‌باشد یعنی $\frac{۳۰}{۴۲} = \frac{۵}{۷}$ است. در اختصار کسر $\frac{۳۰}{۴۲}$ دیده می‌شود که هر کدام صورت و مخرج کسر مذکور بالای عدد (۶) پوره قابل تقسیم اند، پس بالای آن دو عدد خط باریک که علامت حذف کردن را دارد کشیده، خارج قسمت عددهای ۳۰ و ۴۲ که به ترتیب ۵، ۷ اند بالای شان می‌نویسیم.

$$\frac{\overset{۵}{\cancel{۳۰}}}{\underset{۷}{\cancel{۴۲}}} = \frac{۵}{۷}$$

بعضی اوقات عملیهٔ اختصار چندین مرتبه تکرار می‌شود.

طور مثال: می‌خواهیم $\frac{۴۲۰}{۵۴۰}$ را اختصار کنیم.

نخست صفر صورت و مخرج کسر را حذف می‌کنیم یا صورت و مخرج کسر را با عدد ۱۰ تقسیم می‌کنیم: $\frac{۴۲\not{۰}}{۵۴\not{۰}}$

حالا عملیهٔ اختصار را به آسانی انجام داده می‌توانیم.

$$\frac{۴۲\not{۰}}{۵۴\not{۰}} = \frac{\not{۴۲}}{\not{۵۴}} = \frac{۷}{۹}$$

(۴۲ → ۲۱ → ۷ ؛ ۵۴ → ۲۷ → ۹)

بعد از چندین مرتبه اختصار $\frac{۷}{۹} = \frac{۲۱}{۲۷} = \frac{۴۲}{۵۴} = \frac{۴۲۰}{۵۴۰}$ می‌شود.



فعالیت‌ها

کسرهای زیر را اختصار کنید.

$\frac{۷۰۸}{۹۴۲}$ ، $\frac{۳۱۵}{۶۷۲}$ ، $\frac{۱۲۱}{۲۵۳}$ ، $\frac{۱۰۲}{۴۵۳}$ ، $\frac{۴۲}{۶۳}$ ، $\frac{۷۰}{۸۵}$



کارخانه‌گی

شاگردان سه سؤال باقی‌ماندهٔ فعالیت درس را در خانه در کتابچه‌های خود حل نمایند.



مقایسهٔ کسرها

از دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ کدام یک بزرگتر و کدام یک کوچکتر است؟

برای این که بدانیم کدام کسر بزرگتر و کدام کسر کوچکتر است آن‌ها را مقایسه می‌کنیم؛ بنابرآن سه حالت را مد نظر می‌گیریم.

۱- اگر مخرج‌ها مساوی و صورت‌ها مختلف باشند، هر کسری که صورتش بزرگتر است همان کسر بزرگ است. طور مثال: در کسرهای : $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۵}{۸}$ کسر $\frac{۷}{۸}$ بزرگتر از کسر $\frac{۵}{۸}$ است؛ زیرا $۷ > ۵$ است .

۲- اگر مخرج‌ها مختلف و صورت‌ها مساوی باشند، هر کسری که مخرجش بزرگتر است همان کسر کوچکتر است.

مثال: در دو کسر $\frac{۱۲}{۹}$ و $\frac{۱۲}{۷}$ ، کسر $\frac{۱۲}{۹}$ کوچکتر از کسر $\frac{۱۲}{۷}$ است.

۳- اگر صورت‌ها و مخرج‌ها مختلف باشند، اول آن‌ها را هم مخرج نموده، بعد آن‌ها را مثل حالت اول و یا دوم باهم مقایسه کنید.

مثلاً: کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۲}{۳}$ را باهم مقایسه کنید.

در دو کسر فوق صورت‌ها و مخرج‌ها مختلف اند، پس آن‌ها را هم مخرج کرده مانند حالت اول مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲\times۷}{۳\times۷} = \frac{۱۴}{۲۱}$$

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۵\times۳}{۷\times۳} = \frac{۱۵}{۲۱}$$

چون $\frac{۱۴}{۲۱} > \frac{۱۵}{۲۱}$ است؛ بنابرآن $\frac{۲}{۳} > \frac{۵}{۷}$ می‌باشد.

یاد داشت

هر کسر یکی از سه حالت زیر را دارا می‌باشد:

۱- هرگاه صورت کسر کمتر از مخرج آن باشد، کسر مذکور کمتر از واحد می‌باشد مانند کسر $\frac{۹}{۱۱}$ که از یک کوچکتر بوده و به نام کسر واقعی یاد می‌شود.

۲- هرگاه صورت کسر بزرگتر از مخرج آن باشد، کسر مذکور بزرگتر از واحد می‌باشد مانند کسر $\frac{۵}{۳}$، که کسر غیر واقعی بوده مساوی با عدد مخلوط $۱\frac{۲}{۳}$ می باشد.

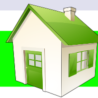
۳- هرگاه صورت و مخرج یک کسر باهم مساوی باشند، در این صورت و مساوی به عدد مخلوط کسر مذکور غیر واقعی مساوی به واحد می‌باشد. مانند: کسر $۱ = \frac{۸}{۸}$



فعالیت‌ها

کسرهای زیر را باهم مقایسه کنید.

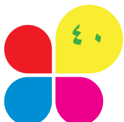
۱- $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۴}{۵}$ را ۲- $\frac{۱۳}{۵}$ و $\frac{۳}{۵}$ ۲



کارخانه‌گی

کسرهای زیر را باهم مقایسه کنید.

$\frac{۱۳}{۵}$ $\frac{۱۳}{۷}$ $\frac{۲۰}{۱۹}$ $\frac{۲۲}{۱۹}$ $\frac{۱۱۷}{۱۷}$ $\frac{۸۲}{۸۲}$



سؤال‌ها

$\frac{1}{4}$ (یک چهارم) یک افغانی چند پول است؟

یک ثانیه چندم حصهٔ یک ساعت است؟

۳ – یک سانتی متر چندم حصهٔ یک کیلومتراست؟

۴– در بین کسرهای زیر کدام یک بزرگتر و کدام یک کوچکتر است؟

$\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ ، $\frac{11}{25}$ و $\frac{7}{11}$ ، $\frac{7}{9}$ و $\frac{7}{11}$ ، $\frac{5}{8}$ و $\frac{7}{8}$

۵– بعد از هم مخرج کردن کسرهای زیر را مقایسه کنید.

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{7}$ و $\frac{3}{7}$ را ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ را

$\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{7}$ را ، $\frac{1}{8}$ ، $\frac{9}{10}$ و $\frac{4}{5}$ را

۶– جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید تا مساوات را صحیح بسازد.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{\square}$ ، $\frac{7}{11} = \frac{\square}{44}$ ، $\frac{105}{\square} = \frac{3}{5}$ ، $\frac{5}{7} = \frac{\square}{700}$

۷– کسرهای غیر واقعی زیر را به اعداد مخلوط تبدیل کنید.

$\frac{7}{2}$ ، $\frac{24}{5}$ ، $\frac{95}{15}$ ، $\frac{642}{11}$ ، $\frac{345}{4}$ ، $\frac{107}{8}$ ، $\frac{170}{9}$ ، $\frac{898}{12}$



کارخانه‌گی

اعداد مخلوط $4\frac{7}{9}$ و $3\frac{5}{7}$ ، $4\frac{3}{7}$ و $5\frac{1}{2}$ را به کسرهای غیر واقعی تبدیل و باهم مقایسه نمایید.



جمع و تفریق کسر عام

- کسرهای مختلف المخرج به کدام کسرها گفته می‌شود؟
- کسرهای مختلف المخرج را چگونه می‌توان جمع و یا تفریق کرد؟

در جمع و تفریق کسرهای عام، نخست کسرها را هم مخرج ساخته، بعد صورت‌ها را جمع ویا تفریق می کنیم و بر یک مخرج می‌نویسیم.

به طور مثال:

$$\frac{۳}{۴}+\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۵}=\frac{۳\times ۳\times ۵}{۴\times ۳\times ۵}+\frac{۲\times ۴\times ۵}{۳\times ۴\times ۵}+\frac{۱\times ۴\times ۳}{۵\times ۴\times ۳}$$

$$=\frac{۴۵}{۶۰}+\frac{۴۰}{۶۰}+\frac{۱۲}{۶۰}=\frac{۹۷}{۶۰}$$

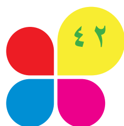
$$\frac{۷}{۸}-\frac{۴}{۵}=\frac{۷\times ۵}{۸\times ۵}-\frac{۴\times ۸}{۵\times ۸}=\frac{۳۵}{۴۰}-\frac{۳۲}{۴۰}=\frac{۳}{۴۰}$$

در جمع و تفریق اعداد مخلوط اعداد صحیح و کسری را جدا، جدا می توانیم جمع یا تفریق کنیم. مثال:

۱ـ

$$۲\frac{۳}{۵}+۵\frac{۷}{۸}+۶\frac{۵}{۹}=(۲+۵+۶)+\frac{۳}{۵}+\frac{۷}{۸}+\frac{۵}{۹}$$

$$=۱۳+\frac{۳}{۵}+\frac{۷}{۸}+\frac{۵}{۹}=۱۳+\frac{۲۱۶+۳۱۵+۲۰۰}{۳۶۰}$$



$$= 13 + \frac{731}{360} = 13 + 2\frac{11}{360} = 15\frac{11}{360}$$

-۲

$$9\frac{12}{13} - 5\frac{7}{9} = (9-5) + \left(\frac{12}{13} - \frac{7}{9}\right) = 4 + \frac{108-91}{117} = 4\frac{17}{117}$$

-۳

$$6\frac{5}{9} - 4 = (6-4) + \frac{5}{9} = 2 + \frac{5}{9} = 2\frac{5}{9}$$

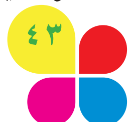
هر گاه در تفریق دو کسر، کسر مفروق بزرگتر از کسر مفروق منه باشد، در این حالت یک واحد را از قسمت صحیح قرض بگیرید و یا کسر را غیر واجب کنید. اگر مفروق عدد صحیح باشد یک واحد آن را مثل کسر $\ldots = \frac{5}{5} = \frac{3}{3} = \frac{8}{8} = 1$ مد نظر بگیرید؛ سپس تفریق کنید.

مثال اول

$$9\frac{3}{8} - 4\frac{5}{6} = 8 + \left(\frac{8}{8} + \frac{3}{8}\right) - 4\frac{5}{6} = 8\frac{11}{8} - 4\frac{5}{6}$$

چون در سؤال فوق مخرج کسر مفروق منه رقم ۸ است؛ بنابرآن در $\frac{8}{8} = 1$ نظر گرفته شد.[1]

۱- یاد داشت: در مثال $4\frac{5}{6}\quad 9\frac{3}{8}$ عدد ۹ را به $8 + \frac{8}{8}$ عوض نموده ایم تا $\frac{8}{8}$ به حیث واحد، یعنی (۱) با کسر $\frac{3}{8}$ جمع شود.



$$=8-4+\left(\frac{11}{8}-\frac{5}{6}\right)=4+\frac{6\times11-8\times5}{48}=4+\left(\frac{66-40}{48}\right)=4\frac{62}{48}$$

بعد از اختصار داریم که:

$$=4\frac{\cancel{26}^{\,13}}{\cancel{48}_{\,24}}=4\frac{13}{24}$$

مثال دوم

$$12-7\frac{45}{53}=11+\frac{53}{53}-7\frac{45}{53}=11\frac{53}{53}-7\frac{45}{53}=4\frac{8}{53}$$



فعالیت‌ها

جمع و تفریق کنید.

$$4\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}=?$$

$$3\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}=?$$

$$\frac{8}{9}+10\frac{5}{6}+3=?$$

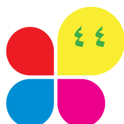


کارخانه‌گی

سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های تان حل کنید.

۱- $\frac{1}{2}+\frac{7}{5}+4=?$

۲- $\frac{8}{9}-\frac{3}{7}=?$



سؤال زیر را در خانه حل کرده با خود بیاورید.

$$\frac{9}{12} + 2\frac{3}{8} + 2\frac{1}{5} = ?$$

سؤال‌ها

۱- شخصی $\frac{3}{8}$ حصهٔ پول خود را سودا خرید. معلوم کنید کدام کسری از پولش باقیمانده است؟

۲- مسافه بین دو شهر ۱۶ کیلو متر است، بایسکیل سواری در ساعت اول $2\frac{3}{4}$ کیلو متر حصه این فاصله را و درساعت دوم $1\frac{2}{8}$ کیلومتر حصه این فاصله را را طی کرده است. چی مسافتی برایش باقیمانده است؟

۳- دهقانی در روز اول نصف زمین خویش و در روز دوم چهارم حصهٔ آن را آبیاری نموده است. معلوم کنید، چندم حصهٔ زمین مذکور آبیاری شده و چندم حصهٔ آن آبیاری نشده است؟

ضرب و تقسیم کسر عام

ضرب کسر

- در عددهای مخلوط، عملیهٔ ضرب و تقسیم را چطور انجام می‌دهیم؟

برای ضرب کردن یک کسر درکسر دیگر، درصورتی‌که عدد صحیح داشته باشند، نخست کسرها را غیر واقعی می‌سازیم و بعد عمل ضرب را انجام می‌دهیم، طوری که صورت‌ها را با صورت‌ها و مخرج‌ها را با مخرج‌ها ضرب می‌کنیم.

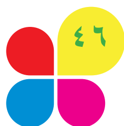
هرگاه صورت و مخرج یک کسر با کسر دیگر قابل اختصار باشد آن‌ها را اختصار می‌کنیم؛ سپس حاصل ضرب صورت‌ها را بر حاصل ضرب مخرج‌ها می‌نویسیم.

مثال اول

$$3\frac{5}{6} \times 2\frac{10}{13} = \frac{23}{\cancel{6}_{1}} \times \frac{\cancel{36}^{6}}{13} = \frac{23\times6}{1\times13} = \frac{138}{13} = 10\frac{8}{13}$$

مثال دوم

$$25\times2\frac{7}{35} = \frac{\cancel{25}^{5}}{1} \times \frac{\cancel{77}^{11}}{\cancel{\cancel{35}_{5}}_{1}} = \frac{5\times11}{1\times1} = 5\times11 = 55$$



تقسیم کسر

برای تقسیم یک کسر عام به کسرعام دیگر، نخست علامت تقسیم را به ضرب تبدیل و مقسوم علیه را معکوس می‌سازیم. بعد از آن مانند عملیهٔ ضرب، صورت‌ها را با صورت‌ها و مخرج‌ها را با مخرج‌ها ضرب می کنیم.

مثال اول

$$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{\cancel{8}_{2}} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{1} = \frac{7\times1}{2\times1} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

مثال دوم

$$2\frac{3}{5} \div 6\frac{7}{8} = \frac{13}{5} \div \frac{55}{8} = \frac{13}{5} \times \frac{8}{55} = \frac{13\times8}{5\times55} = \frac{104}{275}$$

مثال سوم:

در پیپ اول ۴۵۰ لیتر آب موجود است، پیپ دوم به اندازهٔ $\frac{7}{9}$ حصهٔ پیپ اول و پیپ سوم به اندازه $\frac{5}{7}$ حصهٔ پیپ دوم آب دارد، مجموع مقدار آب پیپ دوم و سوم را پیدا کنید.

مقدار آب پیپ دوم $= 450 \times \frac{7}{9} = \frac{450 \times 7}{9} = 50 \times 7 =$ ۳۵۰ لیتر

مقدار آب پیپ سوم $= 350 \times \frac{5}{7} = \frac{350 \times 5}{7} = 50 \times 5 =$ ۲۵۰ لیتر

مجموع مقدار پیپ دوم و سوم = ۳۵۰ لیتر + ۲۵۰ لیتر = ۶۰۰ لیتر



فعالیت‌ها

حاصل ضرب و حاصل تقسیم عملیه‌های زیر را دریافت کنید.

$۳۰ \times ۳\frac{۲۶}{۲۹} \times ۲\frac{۹}{۱۰} = ?$

$\frac{۴}{۵} \times ۲\frac{۲}{۳} \times ۱\frac{۱}{۲} = ?$

$۴\frac{۱}{۲} \times ۱۵ = ?$

$۴\frac{۱}{۴} \div ۸\frac{۱}{۲} = ?$

$۲\frac{۵}{۶} \div ۱\frac{۱۲}{۱۳} = ?$

$۲\frac{۱}{۳} \div ۴۹ = ?$



کارخانه‌گی

سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های تان حل کنید.

$۷\frac{۳}{۵} \times ۶\frac{۲}{۷} \times ۱\frac{۳}{۴} = ?$

$۷\frac{۲}{۵} \div ۳\frac{۸}{۹} = ?$

سؤال‌ها

۱- قیمت $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ یک توپ تکه ۲۷۰۰ افغانی می‌شود. قیمت تمام تکه را معلوم کنید.

۲- شخصی $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ یک متر تکه را از قرار فی متر ۲۸ افغانی خرید. قیمت تکهٔ خریده شده را معلوم کنید.

۳- قیمت $۱۲\frac{۱}{۲}$ متر تکه $۹۵۴\frac{۳}{۸}$ افغانی است. قیمت یک متر آن را معلوم کنید.

۴- $\frac{۵}{۸}$ حصهٔ یک پیپ از آب پر است. برای پر کردن آن ۴۸ سطل دیگر آب لازم است. گنجایش پیپ چند سطل آب است؟

۵- طول قدم احمد $۴\frac{۱}{۲}$ دیسی متر است. اگر مسافه از خانه الی مسجد شریف $۲۱۴۵\frac{۱}{۶}$ دیسی متر باشد، برای رفتن از خانه به مسجد، احمد چند قدم برمی‌دارد؟

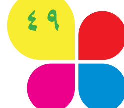
۶- قیمت یک کیلو گرام انار $۷۱\frac{۳}{۵}$ افغانی است. با $۲۶۵\frac{۳}{۷}$ افغانی چند کیلو گرام انار خریده می‌توانیم؟

۷- کتلهٔ یک صندوق چای ۳۳۰۰۰ گرام است. کتلهٔ $\frac{۳}{۵}$ حصهٔ صندوق مذکور چند کیلوگرام می‌شود؟



کارخانه‌گی

شخصی $\frac{۴}{۵}$ حصهٔ یک جریب زمین را به ۱۲۵۰۰ افغانی خرید معلوم کنید که قیمت یک جریب زمین چند افغانی است؟



کسر مرکب (کسرالکسر)

شما در سال گذشته به مفهوم کسرالکسر فهمیدید، حال می‌خواهیم عملیه‌های چهارگانهٔ آن را انجام بدهیم.

جمع و تفریق کسرالکسر

- کسرالکسر به کدام کسرها گفته می‌شود ؟
- آیا عملیهٔ جمع کسرالکسر مانند عملیهٔ جمع کسر عام صورت می گیرد؟

الف: جمع کسرالکسر

به مثالهای زیر توجه کنید:

مثال اول: کسرالکسر $\dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}}$ را با کسرالکسر $\dfrac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}}$ طورزیر جمع می کنیم.

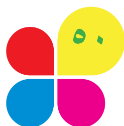
طریقهٔ اول

ابتدا هریک از کسرالکسرها را به کسر ساده تبدیل می کنیم.

$$\dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} + \dfrac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} = ?$$

$$\dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۸}$$

$$\dfrac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۱} = \frac{۳}{۲}$$



حال کسرهای حاصله را با هم جمع می کنیم.

$$\frac{۹}{۸}+\frac{۳}{۲}=\frac{۱\times ۹+۴\times ۳}{۸}=\frac{۹+۱۲}{۸}=\frac{۲۱}{۸}=۲\frac{۵}{۸}$$

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}}+\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}}=۲\frac{۵}{۸}$$

طریقهٔ دوم:

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}}+\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}}=\frac{۳}{۴}\div\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۲}\div\frac{۱}{۳}$$

$$=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱}=\frac{۹}{۸}+\frac{۳}{۲}=\frac{۱\times ۹+۴\times ۳}{۸}=\frac{۹+۱۲}{۸}=\frac{۲۱}{۸}=۲\frac{۵}{۸}$$

مثال دوم: کسرالکسر $\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}$ و $\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۳}}$ طورزیر جمع می گردد.

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}+\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۳}}=?$$

حل:

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}+\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۳}}=\frac{۱}{۲}\div\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}\div\frac{۱}{۳}$$

$$=\frac{۱}{\cancel{۲}_{۱}}\times\frac{\cancel{۴}^{۲}}{۳}+\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۱}=\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}=\frac{۸+۹}{۱۲}=\frac{۱۷}{۱۲}=۱\frac{۵}{۱۲}$$

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}+\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۳}}=۱\frac{۵}{۱۲}$$

ویا

ازحل مثالهای بالا چنین نتیجه می شود :

در جمع کسرالکسرها، ابتدا آن ها را به کسر ساده تبدیل نموده؛ سپس مانند جمع کسر های عام آن ها را جمـع می کنیم.



فعالیت‌ها

کسرالکسرهای داده شدهٔ زیر را جمع کنید:

۱- $\frac{\frac{۲}{۶}}{\frac{۳}{۱۵}}+\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۵}}=?$

۲- $\frac{\frac{۳}{۶}}{\frac{۷}{۱۴}}+\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۱}}=?$



کارخانه گی

کسرالکسرهای زیر را جمع نمایید.

۱- $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۴}}+\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۶}{۸}}=?$

۲- $\frac{۴}{\frac{۳}{۴}}+\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}=?$

سؤال‌ها

کسرالکسرهای زیر را جمع نمایید.

$\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۸}{۱۰}}+\frac{\frac{۳}{۶}}{\frac{۴}{۸}}=?$ ، $\frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}}+\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}}=?$ ، $\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۱}}+\frac{\frac{۲}{۳}}{۲}=?$

$\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۵}}+\frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۴}{۸}}=?$ ، $\frac{\frac{۷}{۲۱}}{\frac{۲}{۳}}+\frac{\frac{۶}{۸}}{\frac{۲}{۳}}=?$ ، $\frac{\frac{۹}{۱۲}}{\frac{۱۸}{۲۴}}+\frac{\frac{۲}{۶}}{\frac{۱}{۲}}=?$

$\frac{\frac{۳}{۶}}{\frac{۷}{۱۴}}+\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۱۰}}=?$ ، $\frac{\frac{۱۱}{۲۲}}{\frac{۱۰}{۱۵}}+\frac{\frac{۱۰}{۲۵}}{\frac{۵}{۱۰}}=?$ ، $\frac{\frac{۲۰}{۳۰}}{\frac{۵۰}{۱۰۰}}+\frac{\frac{۱۵}{۳۰}}{\frac{۵}{۱۰}}=?$

ب) تفریق کسرالکسر

- آیا عملیهٔ تفریق در کسرالکسر، مانند عملیهٔ تفریق در کسر عام صورت می گیرد ؟

به مثالهای زیر توجه کنید:

مثال اول: کسرالکسر $\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}}$ را از کسرالکسر $\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}}$ چنین تفریق می کنیم:

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}} - \frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} = ?$$

طریقهٔ اول: اول هریک از کسرالکسرها را ساده می نماییم.

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۳}{۴} \div \frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۱} = \frac{۹}{۴}$$

$$\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۴}{۵} \div \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۵} \times \frac{۲}{۱} = \frac{۸}{۵}$$

حال کسر حاصلهٔ مفروق را از کسرحاصلهٔ مفروق منه تفریق می نماییم.

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}} - \frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۹}{۴} - \frac{۸}{۵} = \frac{۵ \times ۹ - ۴ \times ۸}{۲۰} = \frac{۴۵ - ۳۲}{۲۰} = \frac{۱۳}{۲۰}$$

طریقهٔ دوم

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}} - \frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۳}{۴} \div \frac{۱}{۳} - \frac{۴}{۵} \div \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۱} - \frac{۴}{۵} \times \frac{۲}{۱}$$

$$= \frac{۹}{۴} - \frac{۸}{۵} = \frac{۵ \times ۹ - ۴ \times ۸}{۲۰} = \frac{۴۵ - ۳۲}{۲۰} = \frac{۱۳}{۲۰}$$

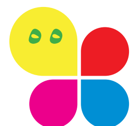
مثال دوم: کسرالکسر $\frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}}$ از کسرالکسر $\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۶}{۹}}$ طورزیر تفریق می شود.

$$\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۶}{۹}} - \frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۵}{۶} \div \frac{۶}{۹} - \frac{۲}{۴} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{\underset{۲}{\cancel{۶}}} \times \frac{\overset{۱}{\cancel{\overset{۳}{\cancel{۹}}}}}{\underset{۲}{\cancel{۶}}} - \frac{۲}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} \times \frac{\overset{۱}{\cancel{۴}}}{۳} = \frac{۵}{۴} - \frac{۲}{۳}$$

$$= \frac{۳ \times ۵ - ۴ \times ۲}{۱۲} = \frac{۱۵ - ۸}{۱۲} = \frac{۷}{۱۲}$$

ازحل مثال‌های بالا می‌توانیم بنویسیم که:

در تفریق کسرالکسر مانند عملیهٔ جمع، ابتدا کسرالکسرها را به کسرهای ساده تبدیل نموده بعد ازآن عملیهٔ تفریق را بالای کسرها، مانند تفریق کسر عام اجرا می کنیم.





فعالیت‌ها

با استفاده از مثال‌های حل شده، کسرالکسرهای داده شدۀ زیر را تفریق کنید.

$$\frac{\frac{7}{8}}{\frac{1}{3}} - \frac{\frac{7}{9}}{\frac{2}{6}} = ?$$

$$\frac{\frac{8}{12}}{\frac{1}{4}} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{21}} = ?$$



کارخانه گی

کسرالکسرهای داده شدۀ زیر را تفریق کنید.

$$\frac{\frac{13}{3}}{\frac{4}{3}} - \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{3}{2}} - \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = ?$$

تمرین

کسرالکسرهای داده شدهٔ زیر را تفریق کنید.

$$\frac{\frac{۹}{۱۰}}{\frac{۴}{۵}} - \frac{\frac{۴}{۶}}{\frac{۸}{۱۲}} = ?$$

$$\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۳}{۹}} - \frac{\frac{۱۱}{۳۳}}{\frac{۲}{۳}} = ?$$

$$\frac{\frac{۲۰}{۳۰}}{\frac{۵۰}{۱۰۰}} - \frac{\frac{۱۵}{۳۰}}{\frac{۵}{۱۰}} = ?$$

$$\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۵}} - \frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۴}{۸}} = ?$$

$$\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۱۰}} - \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۵}{۱۰}} = ?$$

ضرب و تقسیم کسرالکسر

الف: ضرب کسرالکسر (کسرهای مرکب)

- کی گفته می تواند که ضرب کسرالکسر با ضرب کسر عام چی فرق دارد؟

به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال اول: کسرالکسر $\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}}$ را در کسرالکسر $\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}}$ طور زیر ضرب می کنیم.

طریقهٔ اول: اول هریک از اجزای ضربی کسرالکسرها را به کسرسادهٔ آن‌ها تبدیل می کنیم.

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} \times \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = ?$$

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۱} = \frac{۳}{۲}$$

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۸}$$

حال کسرهای حاصلهٔ ($\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۹}{۸}$) را مانند ضرب کسرها با هم ضرب می کنیم.

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} \times \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۹}{۸} = \frac{۲۷}{۱۶} = ۱\frac{۱۱}{۱۶}$$

طریقۀ دوم

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}} \times \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = (\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۳}) \times (\frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۳}) = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۱}) \times (\frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۲})$$

$$= \frac{۳}{۲} \times \frac{۹}{۸} = \frac{۲۷}{۱۶} = ۱\frac{۱۱}{۱۶}$$

مثال دوم: کسرالکسر $\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}}$ را درکسرالکسر $\frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۱}{۶}}$ طور زیر ضرب می کنیم.

حل:

$$\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} \times \frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۱}{۶}} = ?$$

$$\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}} \times \frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۱}{۶}} = (\frac{۴}{۵} \div \frac{۱}{۲}) \times (\frac{۲}{۷} \div \frac{۱}{۶}) = (\frac{۴}{۵} \times \frac{۲}{۱}) \times (\frac{۲}{۷} \times \frac{۶}{۱})$$

$$\frac{۸}{۵} \times \frac{۱۲}{۷} = \frac{۹۶}{۳۵} = ۲\frac{۲۶}{۳۵}$$

ازحل مثال‌های بالا می‌توانیم بنویسیم که:

در ضرب کسرالکسر ابتدا کسرالکسرها را به کسرهای سادۀ آن تبدیل نموده؛ سپس مانند ضرب کسر عام اجرا می کنیم.



فعالیت‌ها

با استفاده از مثال‌های حل شده، کسرالکسرهای زیر را ضرب کنید.

۲- $\dfrac{\frac{۶}{۸}}{\frac{۲}{۴}} \times \dfrac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۵}{۹}} = ?$

۱- $\dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۴}} \times \dfrac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۱}{۳}} = ?$



کار خانه گی

کسرالکسرهای زیر را ضرب کنید.

$\dfrac{\frac{۶}{۷}}{\frac{۹}{۱۲}} \times \dfrac{\frac{۹}{۱۰}}{\frac{۱۲}{۱۴}} = ?$ ، $\dfrac{\frac{۱۹}{۲}}{\frac{۷}{۴}} \times \dfrac{\frac{۱۲}{۵}}{\frac{۳}{۴}} = ?$

سوال‌ها: سوال‌های زیر را حل کنید.

$\dfrac{\frac{۲}{۹}}{\frac{۴}{۳}} \times \dfrac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۸}{۹}} = ?$

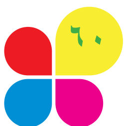
$\dfrac{۷}{\frac{۱}{۶}} \times \dfrac{\frac{۱۰}{۱۱}}{\frac{۵}{۷}} = ?$

$\dfrac{۳}{\frac{۱}{۴}} \times \dfrac{\frac{۱}{۷}}{۳} = ?$

$\dfrac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}} \times \dfrac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۴}} = ?$

$\dfrac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۴}{۷}} \times \dfrac{۸}{\frac{۳}{۱۰}} = ?$

$\dfrac{\frac{۱}{۲}}{۳} \times \dfrac{۴}{\frac{۳}{۴}} = ?$



ب) تقسیم کسرالکسر

- آیا فرقی بین تقسیم کسرالکسر و تقسیم کسرعام وجود دارد؟

به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال اول: کسرالکسر $\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}}$ را به کسرالکسر $\frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۶}}$ طور زیر تقسیم می‌نماییم.

حل به طریقهٔ اول: ابتدا هریک از کسرالکسرها را به کسرسادهٔ آن تبدیل می کنیم.

$$\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}} \div \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۶}} = ?$$

$$\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۱}{۴} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{\cancel{۴}_{۱}} \times \frac{\cancel{۴}^{۱}}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

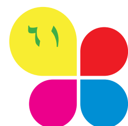
$$\frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۶}} = \frac{۱}{۸} \div \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{\cancel{۸}_{۴}} \times \frac{\cancel{۶}^{۳}}{۱} = \frac{۳}{۴}$$

حال کسر حاصلهٔ $\frac{۱}{۳}$ را به کسر حاصلهٔ $\frac{۳}{۴}$ تقسیم می کنیم.

$$\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}} \div \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۶}} = \frac{۱}{۳} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۴}{۹}$$

حل به طریقهٔ دوم:

$$\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{\ }} \div \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{\ }} = \left(\frac{۱}{۴} \div \frac{۳}{۴}\right) \div \left(\frac{۱}{۸} \div \frac{۱}{۶}\right)$$



$$\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۴}} \div \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۶}} = \left(\frac{۱}{\cancel{۴}_{۱}} \times \frac{\cancel{۴}^{۱}}{۳}\right) \div \left(\frac{۱}{\cancel{۸}_{۴}} \times \frac{\cancel{۶}^{۳}}{۱}\right) = \frac{۱}{۳} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۴}{۹}$$

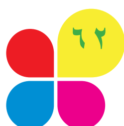
مثال دوم : کسرالکسر $\frac{\frac{۲۵}{۴}}{\frac{۵}{۲}}$ را به کسرالکسر $\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۷}{۲}}$ طورزیر تقسیم می نماییم:

$$\frac{\frac{۲۵}{۴}}{\frac{۵}{۲}} \div \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۷}{۲}} = ?$$

$$\frac{\frac{۲۵}{۴}}{\frac{۵}{۲}} \div \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۷}{۲}} = \left(\frac{۲۵}{۴} \div \frac{۵}{۲}\right) \div \left(\frac{۱}{۲} \div \frac{۷}{۲}\right) = \left(\frac{\cancel{۲۵}^{۵}}{\cancel{۴}_{۲}} \times \frac{\cancel{۲}^{۱}}{\cancel{۵}_{۱}}\right) \div \left(\frac{۱}{\cancel{۲}_{۱}} \times \frac{\cancel{۲}^{۱}}{۷}\right)$$

$$\frac{۵}{۲} \div \frac{۱}{۷} = \frac{۵}{۲} \times \frac{۷}{۱} = \frac{۳۵}{۲} = ۱۷\frac{۱}{۲}$$

از حل مثالهای بالا نتیجۀ زیر را میتوانیم بنویسیم که: در تقسیم کسرالکسر اول کسرالکسر را ساده نموده، بعد عملیۀ تقسیم را با نظرداشت تقسیم کسر عام انجام می دهیم.





فعالیت‌ها

با استفاده از مثال‌های حل شده، کسرالکسرهای داده شدهٔ زیر را تقسیم کنید.

$$\frac{\frac{۱۱}{۳}}{\frac{۵}{۴}} \div \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}} = ?$$

$$\frac{\frac{۲۷}{۴}}{\frac{۱۷}{۸}} \div \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۴}{۳}} = ?$$



کارخانه‌گی

کسرالکسرهای زیر را تقسیم کنید.

$$\frac{\frac{۳۹}{۴}}{\frac{۲۱}{۴}} \div \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۵}{۶}} = ?$$

$$\frac{\frac{۲۱}{۵}}{\frac{۷}{۳}} \div \frac{\frac{۱۱}{۶}}{\frac{۳}{۸}} = ?$$

سؤال‌ها

کسرالکسرهای دادهٔ شدهٔ زیر را تقسیم کنید:

۱) $\frac{\frac{۲۵}{۴}}{\frac{۵}{۶}} \div \frac{۵}{\frac{۱}{۴}} = ?$

۲) $\frac{\frac{۳۷}{۴}}{\frac{۱۱}{۴}} \div \frac{\frac{۲۳}{۶}}{\frac{۵}{۳}} = ?$

۳) $\frac{\frac{۵۶}{۵}}{\frac{۶}{۵}} \div \frac{۴}{\frac{۱}{۲}} = ?$

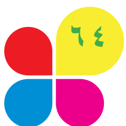
۴) $\frac{\frac{۱۳}{۳}}{\frac{۵}{۷}} \div \frac{\frac{۹}{۳}}{\frac{۳}{۴}} = ?$

۵) $\frac{۹}{\frac{۳}{۸}} \div \frac{\frac{۳}{۱}}{\frac{۳}{۴}} = ?$

٦) $\frac{\frac{۸}{۳}}{\frac{۱}{۳}} \div \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = ?$

۷) $\frac{۸}{\frac{۴}{۶}} \div \frac{\frac{۱۹}{۳}}{\frac{۴}{۳}} = ?$

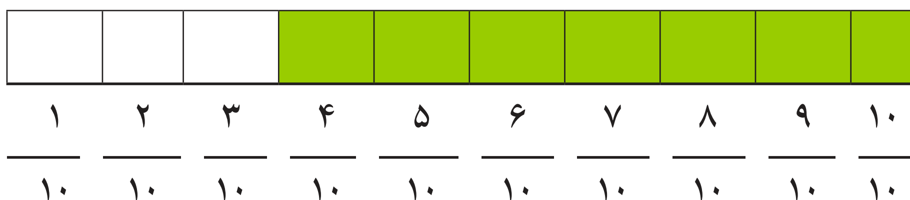
۸) $\frac{\frac{۲۳}{۴}}{\frac{۹}{۴}} \div \frac{\frac{۷}{۳}}{\frac{۳}{۴}} = ?$



کسر اعشاری

• کسرهای عامی را که مخرج‌های شان ۱۰، ۱۰۰، . . . باشند به کدام طریق دیگر می‌توان نوشت؟

کسر عامی که در مخرجش ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ... باشد به نام کسر اعشاری یاد می‌شود. طور مثال اگر ما چیزی را به ده حصهٔ مساوی تقسیم کنیم یک یا چند حصهٔ آن را بگیریم، آن را به کمک اعشاری آسانتر ارائه کرده می‌توانیم؛ چنانکه در شکل زیر یک فیته به ده حصهٔ مساوی تقسیم شده است که از آن جمله سه حصهٔ آن سفید و هفت حصهٔ آن سیاه شده است.



در شکل فوق قسمت سفید $\frac{۳}{۱۰}$ حصهٔ کل فیته را و قسمت سیاه شدهٔ آن $\frac{۷}{۱۰}$ حصهٔ کل فیته را تشکیل می‌دهد. در حقیقت $\frac{۳}{۱۰}$ عبارت از سه دهم تمام فیته و همچنان $\frac{۷}{۱۰}$ هفت دهم تمام فیته را ارائه می‌کند، کسر عام $\frac{۳}{۱۰}$ را به شکل کسر اعشاری آن چنین می‌نویسند.

$۰,۳ = \frac{۳}{۱۰}$ و خوانده می‌شود « صفر صحیح اعشاریه سه دهم یا صفر صحیح سه دهم ». به همین قسم کسر عام $\frac{۷}{۱۰}$ را به شکل اعشاری آن چنین می‌نویسند.

$۰,۷ = \frac{۷}{۱۰}$ و خوانده می‌شود. « صفر صحیح هفت دهم یا صفر صحیح اعشاریه هفت دهم، یا اعشاریه هفت دهم ». از طرز ارائهٔ کسر معلوم می‌شود که در نمایش یک کسر اعشار، مخرجش نوشته نمی شود و به جای نوشتن مخرج از علامت اعشاری یا ممیزه«,» استفاده می‌شود؛ طوری که مرتبه‌های طرف چپ علامت اعشاری به ترتیب عبارت از مرتبه‌های: یک‌ها، ده‌ها، صدها، هزارها و غیره بوده و به همین قسم مرتبه‌هایی که طرف راست علامت اعشاری واقع اند به ترتیب عبارت از مرتبه‌های دهم، صدم، هزارم و غیره می‌باشند که در جدول زیر چنین نشان داده می‌شود:
دهم، صدم، هزارم و غیره می‌باشند که در جدول زیر چنین نشان داده شده است:

۰	ده ملیونم	ملیونم	صد هزارم	ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	علامت اعشاری	مرتبهٔ یکها	مرتبهٔ دهها	مرتبهٔ صدها	مرتبهٔ هزارها	مرتبهٔ ده هزارها	مرتبهٔ صد هزارها	مرتبهٔ ملیونها	مرتبهٔ ده ملیونها	.	۰	۰	۰

عددهـای کسراعشـاری ۱۲,۰۵۲ چنیـن خوانـده می‌شـود « ۱۲ صحیـح اعشـاریه صفـر دهـم، ۵ صـدم و ۲ هـزارم» یـا ۱۲ اعشـاریه ۵۲ هـزارم یـا بـه طـور خلـص «۱۲ اعشـاریه صفـر پنـج دو».

طوری که پیشتر دیدهٔ شد $۰,۳ = \frac{۳}{۱۰}$ است.



از این جا می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۳۰۰}{۱۰۰۰} = ۰,۳ = ۰,۳۰ = ۰,۳۰۰$$

از ایـن معلـوم می‌شـود، نسـبتی که ۳ بـا ۱۰ دارد عیـن نسـبت را ۳۰ بـا ۱۰۰ و ۳۰۰ بـا ۱۰۰۰ دارد؛ پـس در ایـن صـورت کسـرهای اعشـاری مسـاوی آن‌هـا نیـز عیـن عـدد را ارائـه کـرده باهـم مسـاوی انـد؛ یعنـی رابطهٔ ۰,۳۰۰ = ۰,۳۰ = ۰,۳ همیشـه صحـت دارد. ایـن رابطـه بیانگـر ایـن حقیقت اسـت. بـه هـر تعـداد صفرهایی کـه بـه طـرف راسـت یـک عـدد اعشـاری اضافـه شـود، در قیمـت آن کـدام تغییـر بـه وجـود نمی‌آیـد.

حـال شـما بگوییـد، اگـر بـه طـرف چـپ عددهای کامـل (صحیـح) یـک یـا چنـد صفـر افـزوده شـود در قیمـت آن کـدام تغییـری وارد می‌شـود؟

آیـا عددهـای ۱۰، ۰۱۰ و ۰۰۱۰ از هـم فـرق دارنـد؟ راجـع بـه ۹ و ۰۰۹چـی فکـر می‌کنیـد؟



فعالیت‌ها

۱ – کسرهای اعشاری زیر را بخوانید.

۱۴,۰۱ ، ۲,۰۰۰۲ ، ۵۰,۱ ، ۵۲,۲۱ ، ۲۲۴,۰۶ ، ۱۴۲,۱۸۹ ،

۰,۰۰۰۳۴ ۲۵,۶۳۴ .



کار خانه گی

کسرهای عام زیر را به کسر اعشاری بنویسید.

$\frac{۲۵}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۶۸}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۲۵۱}{۱۰۰۰۰}$ ، $\frac{۸}{۱۰}$

سؤال‌ها

۱ – کدام یک از تساوی‌های زیر صحیح و کدام آن‌ها غلط است؟

۵,۲=۵,۲۰ ، ۱۲,۱ = ۱۲,۱۰ ، ۰,۱۲ = ۱۲ ، ۱۷ =۱,۷۰ ، ۴,۲ = ۴,۲۰

۴,۲ = ۴,۰۲ ، ۸,۹۹ = ۸,۹۰ ، ۱۶ = ۱۶,۰ ، ۰,۰۵ = ۰,۵۰

۲ – خالیگاه‌های بیانیه‌های زیر را با کلمه‌های مناسب خانه پری کنید.

الف) کسر عامی که .... ۱۰، ۱۰۰ و ۰۰۰ یعنی یک یا چند .... باشد به نام .... اعشاری یاد می‌شود.

ب) اگر به طرف .... عدد اعشاری یک یا چند صفر افزود شود، در قیمت آن کدام .... به وجود نمی‌آید.

ج) اگـر بـه طـرف .... عـدد کامـل (صحیـح) یـک یـا چنـد صفـر افـزود شـود، در قیمـت آن کـدام .... پیـدا نمی شـود.

۳ – کسرهای عام زیر را به شکل کسر اعشاری بنویسید.

، ، ، ،

، ، ، ، ، ،



فعالیت‌ها

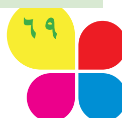
به کسر اعشاری بنویسید.

دو میلیونـم، ۴ صحیـح ۸ صـدم ، ۱۶۷ هـزارم، ۲۱ صـد هـزارم ، ۴۱۷۹ ده هـزارم، ۴ صحیـح ۲ ملیـاردم، ۴۵۰ صحیـح ۱ ده هـزارم.



کارخانه گی

هـر یـک از کسـرهای اعشـاری زیـر را بـه شـکل کسـر عـام کـه مخرج‌هـای آن‌هـا (۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰،۰۰۰)باشـد بنویسـید: ۰٫۱۵ ، ۱۲٫۱۲ ، ۶۵٫۵ ، ۱٫۰۰۰۲ ، ۰٫۱۲۵ ، ۴٫۵۰۱ ، ۰٫۱۰۰۳ ، ۱۲۵٫۰۱۲ و ۰٫۰۰۰۵.



مقایسهٔ کسرهای اعشاری

- کی می‌تواند یک نمونهٔ کسر اعشاری را روی تخته بنویسد؟
- کی می‌تواند یک نمونهٔ عدد اعشاری را روی تخته بنویسد ؟
- کی فرق بین ۰,۰۰۱۲ و ۱۲ را نشان می‌دهد؟

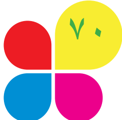
برای مقایسهٔ دو یا چندین کسر اعشاری، نخست تعداد رقم‌های بعد ازعلامت اعشاری کسرها را با علاوه کردن صفرها مساوی ساخته؛ سپس هرکدام آن که بعد از علامت اعشاریه دارای بزرگترین عدد بود همان کسر بزرگتر است.

مثال ۱ : دو کسر ۰,۷۵ و ۰,۹ را چنین با هم مقایسه می‌نماییم:

حل: در کسر ۰,۷۵ به طرف راست علامت اعشاریه دو رقم قرار دارد و در کسر ۰,۹ به طرف راست اعشاریه یک رقم است، پس به طرف راست کسر ۰,۹ یک صفر را علاوه کرده تا طرف راست این کسر نیز دو رقم شود. یعنی ۰,۹۰ = ۰,۹ اکنون کسرهای ۰,۷۵ و ۰,۹۰ را باهم مقایسه می‌کنیم از این که ۹۰ > ۷۵ است، پس ۰,۹۰>۰,۷۵ یا ۰,۹>۰,۷۵ می‌باشد.

مثال ۲: کسرهای ۰,۵۲۱، ۰,۸۹ و ۰,۷ را با هم مقایسه کنید:

حل: ۰,۵۲۱ به طرف راست بعد از علامت اعشاریه دارای سه رقم، ۰,۸۹ دارای دو رقم و ۰,۷ دارای یک رقم است به طرف راست ۰,۸۹ یک صفر و به طرف راست ۰,۷ دو صفر نوشته تا



هر کدام بعد از علامت اعشاری دارای سه رقم شود بعد ۰٫۵۲۱، ۰٫۸۹۰ و ۰٫۷۰۰ را با هم مقایسه می‌نماییم دیده می‌شود که عدد ۸۹۰ از عدد ۷۰۰ بزرگتر و ۷۰۰ از عدد ۵۲۱ بزرگتر است.

بنابر آن، ۸۹۰> ۷۰۰>۵۲۱ است، پس ۰٫۸۹> ۰٫۷>۰٫۵۲۱ می‌باشد.

مقایسهٔ اعداد اعشاری

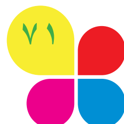
در مقایسهٔ دو ویا چندین عدد اعشاری دو حالت وجود دارد:

حالت اول: اگر رقم‌های صحیح دو ویا چندین عدد اعشاری باهم مختلف باشند در این صورت عدد اعشاری که دارای بزرگترین عدد صحیح باشد بزرگتر از همهٔ آن‌ها است. طور مثال در اعداد ۶٫۴۰، ۷٫۵ و ۹٫۲ دیده می‌شود که از جملهٔ اعداد صحیح، عدد ۹ بزرگتر از عدد ۷ و عدد ۷ بزرگتر از عدد ۶ است؛ پس ۹٫۲>۷٫۵>۶٫۴ می‌باشد همین گونه اعداد دیگر را نیز می‌توانیم مقایسه کنیم.

حالت دوم : اگر رقم‌های صحیح دو و یا چندین عدد اعشاری با هم مساوی باشند در این صورت قسمت اعشاری که بعد از علامت اعشاریه دارای بزرگترین عدد باشد بزرگترین همهٔ آن‌ها است.

مثال: ۱۲٫۷۳، ۱۲٫۷ و ۱۲٫۵ را با هم مقایسه می‌نماییم:

حل: چون در این اعداد اعشاری رقم‌های صحیح آن‌ها عین عدد (۱۲) است، پس رقم‌های بعد از اعشاریه، یعنی ۰٫۷ = ۰٫۷۰



و ۰,۵۰ = ۰,۵ اکنون در کسرهای ۰,۷۳، ۰,۷۰ و ۰,۵۰ دیده می‌شود که ۷۳ بزرگتر از ۷۰ و ۷۰ بزرگتر از ۵۰ است، پس ۰,۵۰<۰,۷۰<۰,۷۳ می‌باشد.

در نتیجه ۱۲,۵<۱۲,۷<۱۲,۷۳ می‌باشد.



فعالیت‌ها

در کسرهای زیر کدام آن‌ها بزرگ است؟

۱۳,۷ یا ۱۳,۶۲۵ ، ۸۴,۵۳۷ یا ۸۴,۹ ، ۱۶۷,۷۸ یا ۱۵۰,۸۹۷



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را با استفاده از علامت‌های < و > مقایسه کرده در کتابچه‌های خود بنویسید.

۵,۹۱ و ۵,۸۹ ، ۱۴,۳ و ۱۲,۳

۰,۳۲۶ و ۰,۴ ، ۰,۷۶۸ و ۷۸,۰

جمع و تفریق کسرهای اعشاری

- در عملیه‌های جمع و تفریق کسرهای اعشاری اعداد را چطور بنویسیم؟
- چنین کاری در جمع و تفریق کسرهای اعشاری چی مفادی دارد؟

جهت اجرای عملیه‌های جمع و تفریق کسرهای اعشاری، نخست عددها را طوری زیر یکدیگر می‌نویسیم که علامت اعشاری آن‌ها زیر یکدیگر و همچنان رقم‌های هم مرتبهٔ آن‌ها نیز زیر یکدیگر در یک ستون قرار بگیرند. بعد از آن زیر آن‌ها خط کشیده عملیه‌های جمع یا تفریق را طوری که در عددهای صحیح اجراء می‌شود انجام می‌دهیم. تنها هنگامی که به علامت اعشاری می‌رسیم آن را در ستون خودش می‌نویسیم.

مثال اول:

```
   ۳۲,۱۷۵
+ ۲۶۵,۳۲۰
---------
  ۲۹۷,۴۹۵
```

مثال دوم:

```
  ۷۴,۰۱۸۰
+ ۵۱,۱۸۵۴
---------
 ۱۲۵,۲۰۳۴
```

یادداشت: برای این که یک کسر اعشاری را از کسر اعشاری دیگر تفریق کنیم، مانند عملیهٔ جمع لازم است که مراحل زیر را

مراعـات کنیـم:

۱ – تعـداد ارقـام بعـد از علامــت اعشـاری هــر دو کســر اعشــاری را بــا عــلاوه کــردن صفرهــا مســاوی بســازیم.

۲ – مفــروق را زیــر مفــروق منــه، طــوری بنویســیم کــه علامت‌هــای اعشــاری آن‌هــا زیــر یکدیگــر قــرار بگیرنــد.

۳ – عملیۀ تفریق را مانند تفریق اعداد صحیح انجام دهیم.

۴ – علامــت اعشــاری را در حاصــل تفریــق، زیــر علامت‌هــای اعشــاری مفــروق و مفــروق منــه بگذاریــم.

مثال اول: می‌خواهیم از عدد ۶۵,۲۴۸ عدد ۱۲,۱ را تفریق کنیم.

چون ۱۲,۱۰۰=۱۲,۱ است؛ بنابر آن:

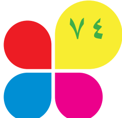
```
   ۶۵,۲۴۸
 - ۱۲,۱۰۰
 ---------
   ۵۳,۱۴۸
```

مثال دوم: می‌خواهیم از ۴۲۵,۱۸ عدد۷۱,۴۲۷ را تفریق کنیم.

```
  ۴۲۵,۱۸۰
 -  ۷۱,۴۲۷
 ---------
  ۳۵۳,۷۵۳
```

مثال سوم:

```
 ۶۲,۰۰۰۰
 -۵۱,
 ---------
 ۱۰,۰۷۶۵
```





فعالیت‌ها

- اعداد اعشاری زیر را جمع و تفریق کنید.

۴۲۵,۳۴۹
۱۳۰,۰۷
+ ۲۱,۵۶۳

۸۹۴,۱۷۰
۲۷, ۰۰
+ ۹۹,۸۸

۴۸,۰۷۹
− ۶,۷۲

۸۱۹,۷
− ۲۶,۹۰۵



کارخانه‌گی

سوال‌های زیر را حل کنید.

۴۵۹,۲۵
− ۲,۷۴۱

۸۵,۴۸۵۲
+ ۶۰,۹۴

سؤال‌ها

۱- مسـافری روز اول ۲۱,۰۲ کیلـو متـر، روز دوم ۳۵,۲۰۱ کیلومتـر، روز سـوم ۱۵,۲۱ کیلومتـر و روز چهـارم ۸,۹۲۵ کیلومتـر فاصلـه را طی کـرده اسـت. تمـام فاصله‌هـای چهـار روزهٔ سـفر او را حسـاب کنیـد.

۲- شـخصی یـک جنـس را بـه ۹۸۶,۵ افغانـی خریـد و آن را بـه ۱۰۰۱,۰۵ افغانـی فروخـت، نفـع او را حسـاب کنیـد.

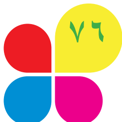
۳- دکانـداری یـک پایـه رادیـو کسـت را بـه ۸۵۶۱,۵ افغانـی خریـد و آن را بـه نفع ۱۹۱۵,۷۵ افغانـی فروخـت. قیمـت فـروش او را حسـاب کنیـد.

۴- یـک نفـر جنسـی را بـه مبلغ ۲۸۱,۲۵ افغانـی خریـد و آن را بـه ضـرر ۲۳,۴ افغانـی فروخـت. قیمـت فـروش او را حسـاب کنیـد.

۵- فریـد ۱۵۸۹۵,۷۵ افغانـی داشـت، از آن جملـه ۴۸۹۵,۵ افغانـی را بـه مصـرف خـوراک ، ۳۸۱۲,۷۵ افغانـی را بـه مصـرف پوشـاک، مبلـغ ۲۹۶,۹ افغانـی را جهـت تادیـهٔ کرایـهٔ خانـه و مبلـغ ۷۶۵,۲۵ افغانـی را جهـت تادیـهٔ مصـرف بـرق پرداخـت؛ اکنـون نـزد او چنـد افغانـی باقیمانـده اسـت؟

۶- یـک صنـدوق بـه وزن ۵,۷ کیلوگـرام داریـم، صنـدوق دوم ۲,۴ کیلوگـرام از صنـدوق اول زیـاد تـر و صنـدوق سـوم از مجموعـهٔ هـر دو صنـدوق ۰,۵۷ کیلـو گـرام کمتـر اسـت. وزن مجموعـی هـر سـه صنـدوق چنـد اسـت؟

۷- سـه نفـر شـریک در یـک معاملـه ۱۵۰۰۰ افغانـی نفـع کردنـد. اولـی ۳۷۹۲,۵ افغانـی و دومـی ۱۰۵۱,۷ افغانـی گرفـت. بـرای نفـر سـومی چنـد افغانـی باقیمانـده اسـت؟



۸- تاجری در صندوق خود ۱۲۹۸,۵ افغانی داشت. دفعه اول ۸۱۱,۲۵ افغانی، دفعهٔ دوم ۱۱۵,۷۵ افغانی برای خرید اجناس پرداخت، اما یک مرتبه ۷۵۰ افغانی و مرتبهٔ دیگر ۱۷۱,۵ افغانی فروش کرد ، حالا چقدر پول نزد او موجود است؟

۹- شخصی ۲۴۵۰ افغانی داشت، یک کرتی را به ۳۵۰,۷۵ افغانی، یک جوره بوت را به ۳۵۰,۵ افغانی و یک کلاه را به ۱۱۵,۲۵ افغانی خرید، حالا چند افغانی دارد؟

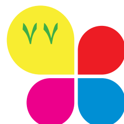
۱۰- مسافری باید ۱۹۸,۵ کیلومتر مسافه را طی کند. در روز اول ۲۸,۵ کیلومتر مسافه را پیموده است، چند کیلو متر از مسافرتش باقیمانده است؟

۱۱- شخصی یک پایه رادیو را به ۸۲۵۰,۵ افغانی فروخت و در آن ۱۰۷۵,۷۵ افغانی ضرر کرد، قیمت خرید او را حساب کنید.



کارخانه گی

سؤال‌های (۱۰) و (۱۱) را در کتابچه‌های تان حل کنید.



ضرب کسر اعشاری

- کی گفته می‌تواند عملیهٔ ضرب کوتاه‌ترین طریقهٔ کدام عملیه است؟
- آیا می‌توان کسرهای اعشاری را مانند عددهای طبیعی ضرب کرد؟

برای انجام دادن عملیهٔ ضرب یک کسر اعشاری در یک عدد صحیح، حل مثال زیر را در نظر می گیریم:

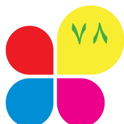
مثال اول: می‌خواهیم حاصل ضرب ۲,۵ در ۳ را به دست آوریم.

حل: ما می‌دانیم که $۲,۵=۲\frac{۵}{۱۰}$ است. حال به جای

افادهٔ ۳×۲,۵ افادهٔ $۳\times۲\frac{۵}{۱۰}$ را با هم ضرب می کنیم.

$$۳\times۲,۵=۳\times۲\frac{۵}{۱۰}=\frac{۳}{۱}\times\frac{۲۵}{۱۰}=\frac{۳\times۲۵}{۱\times۱۰}=\frac{۷۵}{۱۰}=۷,۵$$

در نتیجه ۷,۵ = ۲,۵ × ۳ حاصل می شود. برای این که از حاصل ضرب ۲,۵ در ۳ جواب مطلوب را که عبارت از ۳ دفعه ۲,۵ یعنی ۷,۵ است حاصل کنیم، از علامت اعشاری ۲,۵ صرف نظر کرده ۲۵ را در ۳ ضرب می کنیم، عدد ۷۵ به دست می‌آید از طرف راست به چپ یک رقم آن؛ یعنی رقم ۵ را توسط علامت اعشاری جدا می کنیم، در نتیجه ۷,۵ حاصل می‌شود.



مثال دوم: حاصل ضرب افادهٔ ۰,۷ × ۰,۳ را در یافت می‌نماییم.

حل: می‌دانیم که $۰,۳=\frac{۳}{۱۰}$ و $۰,۷=\frac{۷}{۱۰}$ است از اینجا می‌توانیم بنویسیم که :

$$۰,۳ \times ۰,۷ = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۷}{۱۰} = \frac{۲۱}{۱۰۰} = ۰,۲۱$$

در نتیجه ۰,۲۱ = ۰,۷ × ۰,۳ حاصل می‌شود. برای ضرب کردن کسرهای اعشاری از علامت اعشاری هر دو جزء ضربی یعنی، ۰,۳ × ۰,۷ صرف نظر نموده عددهای ۳ و ۷ را با هم ضرب می کنیم. اینک از حاصل ضرب آن‌ها یعنی ۲۱ به تعداد مجموعهٔ رقم‌های اعشاری اجزای ضربی را از راست به چپ به کمک علامت اعشاری جدا می کنیم. در نتیجه عدد ۰,۲۱ حاصل می‌شود که جواب مطلوب است. از حل دو مثال بالا قاعدهٔ زیر بیان می‌شود، جهت اجرای عملیهٔ ضرب کسرهای اعشاری نخست از علامت اعشاری اجزای ضربی صرف نظرکرده آن‌ها را مثل دوعدد صحیح با هم ضرب می کنیم؛ سپس از حاصل ضرب آن‌ها به تعداد مجموعهٔ رقم‌های اعشاری اجزای ضربی، رقم‌ها را از راست به چپ توسط علامت اعشاری جدا می کنیم، عددی که حاصل می‌شود عبارت از حاصل ضرب کسرهای اعشاری است.

یادداشت : اگر رقم‌های حاصل ضرب، تعداد مجموعهٔ رقم‌های اجزای ضربی را تکمیل نکنند به طرف چپ رقم‌های حاصل ضرب آن تعداد صفرها می گذاریم، تا تعداد رقم‌های بعد از علامت اعشاری را پوره کنند و سپس علامت اعشاری را می‌نویسیم.

مثال سوم

? = ۰,۰۰۷ × ۰,۰۲ ‏ ‏ ‏ ۰,۰۰۰۱۴ = ۰,۰۰۷ × ۰,۰۲

در مثال فوق از علامت اعشاری عامل‌های ضربی صرف نظر کردیم؛ سپس در حاصل ضرب (۲×۷) که ۱۴ می‌شود بعد از علامت اعشاری سه عدد صفر گذاشتیم تا تعداد مجموعهٔ مرتبه‌های اعشاری را که پنج می‌شود تکمیل شود :

مثال چهارم

? = ۰,۱ × ۰,۱ ‏ ، ‏ ۰,۰۱ = ۰,۱ × ۰,۱

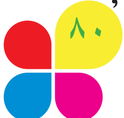
مثال پنجم

کسرهای اعشاری ۰,۲۴۵ و ۰,۰۳ را با هم ضرب می کنیم. در قدم نخست ۲۴۵ را با رقم ۳ ضرب می کنیم.

۲۴۵
× ۳
―――
۷۳۵

بعد از اجرای عملیهٔ ضرب دیده می‌شود که در حاصل ضرب سه رقم موجود است، در حالی که تعداد مجموع ارقام بعد از علامت اعشاری اجزای ضربی پنج رقم است؛ پس به طرف چپ حاصل ضرب دو صفر را علاوه می کنیم تاتعداد ارقام اعشاری اجزای ضربی تکمیل شود و بعد علامت اعشاری راطور زیر می گذاریم.

۰,۲۴۵
× ۰,۰۳
―――
۰,۰۰۷۳۵





فعالیت‌ها

با استفاده از عملیهٔ ۱۸۳۶= ۱۲ × ۱۵۳ حاصل ضرب کسرهای اعشاری زیر را بدون انجام عملیهٔ ضرب به دست آرید.

۱,۲	۱,۵۳	۰,۱۵۳	۱۵,۳	۰,۱۵۳
× ۱۵,۳	× ۱۲	× ۰,۱۲	× ۰,۱۲	× ۱۲



کارخانه‌گی

سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های خویش حل و با خود بیاورید.

۰,۰۱۴	۰,۰۰۱
× ۰,۶	× ۰,۰۹

ضرب کسر اعشاری در عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ...

• کی می‌تواند به شکل مختصر حاصل ضرب (۳٫۴ × ۱۰) را به دست آورد؟

برای ضرب کردن یک عدد اعشاری در عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و غیره کافیست تا علامت اعشاری را به تعداد صفرها به طرف راست رقم‌های اعشاری انتقال بدهید.

مثال اول

```
    ۷۸,۵۶
    ×۱۰
  ─────────
    ۰۰۰۰
  +۷۸۵۶
  ─────────
   ۷۸۵,۶۰
```

چون جزء اول ضرب دو خانه اعشاری داشت؛ بنابرآن از طرف راست دو خانه اعشاری را جدا کردیم و از قبل می‌دانیم که: ۷۸۵٫۶ = ۷۸۵٫۶۰ است. یا ۷۸٫۵۶ × ۱۰ = ۷۸۵٫۶

زیرا

$$۷۸,۵۶ \times ۱۰ = \frac{۷۸۵۶}{۱۰۰} \times ۱۰$$

$$= \frac{۷۸۵۶}{۱۰} = ۷۸۵,۶$$

در مثال فوق بدون درنظر داشت صفر، عدد ۷۸۵۶ را ضرب (۱) می‌نماییم و به تعداد صفرهای اجزای ضربی، علامت اعشاری را به



طرف راست انتقال می‌دهیم که عملیهٔ ضرب ساده تر انجام شود.

طورزیر:

$$\begin{array}{r} ۷۸۵۶ \\ \times \quad ۱ \\ \hline ۷۸۵۶ \end{array}$$

؛ چون در جزء دوم ضربی یک صفر موجود است؛ پس علامت اعشاری را یک رقم به طرف راست انتقال می‌دهیم.

$$\begin{array}{r} ۷۸,۵۶ \\ \times \quad ۱ \\ \hline ۷۸۵,۶ \end{array}$$

مثال دوم: $۶۷۹,۲۳۴۱ \times ۱۰۰ = ?$

چون جزء دوم ضربی دو صفر دارد، پس علامت اعشاری را دو رقم به طرف راست انتقال می‌دهیم. $۶۷۹,۲۳۴۱ \times ۱۰۰ = ۶۷۹۲۳,۴۱$

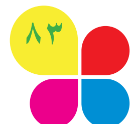
زیرا

$$۶۷۹,۲۳۴۱ \times ۱۰۰ = \frac{۶۷۹۲۳۴۱}{۱۰۰\cancel{۰۰}} \times ۱\cancel{۰۰} = \frac{۶۷۹۲۳۴۱}{۱۰۰} = ۶۷۹۲۳,۴۱$$

مثال سوم: $۴,۰۷۱ \times ۱۰۰۰ = ۴۰۷۱$

زیرا

$$۴,۰۷۱ \times ۱۰۰۰ = \frac{۴۰۷۱}{۱\cancel{۰۰۰}} \times ۱\cancel{۰۰۰} = ۴۰۷۱$$



اگر تعداد رقم‌های اعشاری کمتر از تعداد صفرهای عامل‌های ضربی صفر دار باشد، در این صورت پیش‌روی حاصل ضرب آن‌ها، آن تعداد صفرها را می‌نویسیم تا کمبود آن تلافی شود. مانند مثال‌های زیر:

$$5{,}3 \times 100 = 530$$

$$5{,}3 \times 100 \quad \frac{53}{1\not{0}} \times 10\not{0} = 53 \times 10 = 530$$

یا:

$$0{,}012 \times 10\not{0}\not{0}\not{0} = \frac{2}{1000} \times 10\not{0}\not{0}\not{0} = 2 \times 10 = 120$$

به همین ترتیب:

$$71{,}65 \times 1000000 = \frac{7165}{1\not{0}\not{0}} \times 1000\not{0}\not{0} = 7165000$$



فعالیت‌ها

۱. ۳,۴۵۲ متر را به دیسی‌متر ، سانتی‌متر و ملی‌متر تبدیل کنید.

۲. عددهای مناسب را در خالیگاه‌های زیر بنویسید.

۳,۵ × ☐ = ۳۵۰ ، ۱۲۲ = ☐ × ۱۲,۲ ، ۱ = ۱۰۰۰ × ☐

۱۴ = ۱۰۰ × ☐ ، ۹۵۰ = ☐ × ۹۵ ، ۰,۴۸ × ☐ = ۴,۸

۴,۰۰۱ × ۱۰۰ = ☐ ، ۶,۳۱ × ۱۰۰ = ☐



کارخانه‌گی

۶,۷۸۶۲ متر را به دیسی‌متر، سانتی‌متر و ملی‌متر تبدیل نمایید.

سؤال‌ها

۱- ضرب کنید.

۲۸ × ۰,۷۸ ، ۱۵,۸ × ۹,۰۵۴ ، ۱۴۲ × ۷,۶۲

۲,۷ × ۰,۹۸ ، ۹۸۹ × ۱۹,۷۰۰۲ ، ۱۱,۲۵ × ۱,۲۵۴۳

۷۸ × ۷۷,۰۰۹۸ ، ۸,۹۲ × ۲,۰۰۷

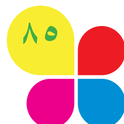
۲ - شخصی ۱۸,۵ متر پارچه را از قرار فی متر ۱۲,۴۵ افغانی و ۱۵,۲۵ متر پارچه را از قرار فی متر ۲۱,۷ افغانی خرید و ۱۲۵,۵ افغانی طور نقد پرداخت، چقدر افغانی مقروض شد؟

۳- طول یک متر میلهٔ آهنی به هر درجهٔ حرارت ۰,۰۰۰۰۱۲۶ متر زیاد می‌شود، در حرارت ۷۵,۷ درجه چقدر به طول آن افزوده خواهد شد؟

۴- اگر طول قدم‌های یکنفر ۰,۴۵ مترباشد و ۱۴۸۵ قدم راه برود، طول مسافه‌یی را که طی کرده است معلوم کنید.

۵- یک کار گر در هر سال ۳۱۲ روز کار می کند و هر روز ۴۰,۴۵ افغانی مزد می گیرد، اگر در هر ماه ۱۴۵,۵ افغانی خرج کند، پس اندازه سالانهٔ او چند خواهد بود؟

۶- در یک پالیز ۸۹۵ دانه خربوزه است. حاصلات پالیز را به صورت مجموعی (۲۰۰۰) افغانی می‌خرد، اما پالیز کار آن را به صورت عمده به فروش نمی رساند و می‌خواهد آن را به صورت پرچون از قرار فی دانه ۲,۵ افغانی بفروشد. نقص یا مفاد این معامله را نسبت به عمده فروشی معلوم کنید.



۷- بشیر ۴۲۳,۴۸۵ کیلوگرام برنج خرید. اگر قیمت یک کیلوگرام برنج ۱۸,۲۵ افغانی باشد، قیمت مجموعی برنج خریده شده را معلوم کنید.

۸ - یک باغبان از باغ خویش ۹۳۶,۷ کیلوگرام بادام حاصل برداشت. اگر قیمت یک کیلو گرام بادام ۴۵۱,۴ افغانی باشد، معلوم کنید، حاصلات باغ مذکور چند افغانی می‌شود؟

۹ - جهت تجدید لین برق در یک تعمیر ۲۳۷,۸ متر سیم نیاز است. اگر قیمت یک دیسی‌متر سیم ۳,۶ افغانی باشد، قیمت تمام سیم را معلوم کنید.

۱۰ - دکانداری ۱۲۰۰ دانه تخم مرغ را از قرار فی دانه ۲,۷۵ افغانی خرید و از قرار فی دانه به ۳,۵ افغانی فروخت، پول نفع او را معلوم کنید.

۱۱ - فاصله بین خانهٔ احمد و مکتب ۸۱۵ قدم اوست، اگر طول متوسط هر قدم احمد ۰,۵۵ متر باشد فاصله بین خانه و مکتب او را به متر حساب کنید.

تقسیم کسر اعشاری

- کی گفته می‌تواند تقسیم کسر اعشاری باتقسیم عددهای صحیح چی فرق دارد؟

برای تقسیم کسرهای اعشاری به یکدیگر، سعی می‌کنیم تا مقسوم علیه را به عدد صحیح تبدیل کنیم؛ طوری که اگر مقسوم علیه یک رقم اعشاری داشته باشد، مقسوم و مقسوم علیه کسر را ضرب عدد ۱۰ می‌کنیم.

اگر مقسوم علیه دو رقم اعشاری داشته باشد، مقسوم و مقسوم علیه کسر را ضرب ۱۰۰ و اگر مقسوم علیه سه رقم اعشاری داشته باشد ضرب ۱۰۰۰ و همینطور ادامه داده و بعد عملیهٔ تقسیم را انجام می‌دهیم.

مثال اول

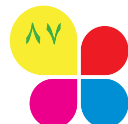
$$۴۵۳ \div ۰,۳ = \frac{۴۵۳}{۰,۳} = \frac{۴۵۳ \times ۱۰}{۰,۳ \times ۱۰} = \frac{\overset{۱۵۱۰}{\cancel{۴۵۳۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}} = ۱۵۱۰$$

مثال دوم

$$۱۰,۹۲۵۷ \div ۲,۳۷ = \frac{۱۰,۹۲۵۷}{۲,۳۷} = \frac{۱۰,۹۲۵۷ \times ۱۰۰}{۲,۳۷ \times ۱۰۰} = \frac{۱۰۹۲,۵۷}{۲۳۷}$$

حال عملیهٔ تقسیم را طور معمول انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r|l} ۱۰۹۲,۵۷ & ۲۳۷ \\ \hline -\ ۹۴۸ & ۴ \\ \hline ۱۴۴ & \end{array}$$



حالا چون به علامت اعشاری می‌رسیم در خارج قسمت علامت اعشاری (,) را گذاشته رقم ۵ را پایین می‌کنیم و عملیهٔ تقسیم را پیش می‌بریم یعنی:

```
 ۱۰۹۲,۵۷ | ۲۳۷
 - ۹۴۸   |------
 -------   ۴,۶۱
   ۱۴۴۵
  -۱۴۲۲
 -------
     ۲۳۷
   - ۲۳۷
 -------
   ۰ ۰ ۰
```

مثال سوم: می‌خواهیم عملیهٔ $۱۵۳۸,۶ \div ۰,۱۵۷$ را انجام دهیم:

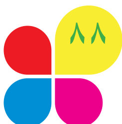
در قدم اول سؤال مذکور را چنین می‌نویسیم. $\frac{۱۵۳۸,۶}{۰,۱۵۷}$

حال صورت و مخرج کسر را ضرب (۱۰۰۰) می‌کنیم تا مقسوم علیه (۰,۱۵۷) به عدد صحیح تبدیل شود.

$$\frac{۱۵۳۸,۶ \times ۱۰۰۰}{۰,۱۵۷ \times ۱۰۰۰} = \frac{۱۵۳۸۶۰۰}{۱۵۷}$$

اکنون طبق معمول عملیهٔ تقسیم را انجام می‌دهیم:

```
 ۱۵۳۸۶۰۰ | ۱۵۷
 - ۱۴۱۳  |------
 -------   ۹۸۰۰
   ۱۲۵۶
  -۱۲۵۶
 -------
     ۰ ۰
```



تقسیم کسر اعشار به عدد صحیح

مثال اول می‌خواهیم عملیهٔ تقسیم ۲۵÷۱۶۹,۶۲۵ را اجرا نماییم:

ابتدا ارقام طرف چپ علامت اعشاری را تقسیم مقسوم علیه (۲۵) می کنیم.

```
 169,625 | 25
-150     |----
---------|  6
  19
```

در نتیجهٔ عملیهٔ تفریق عدد ۱۹ باقیمانده است. چون در مقسوم دیگر عدد صحیح موجود نیست؛ بنابرآن علامت اعشاری (,) را به طرف راست خارج قسمت، یعنی (۶) گذاشته رقم ۶ بعد از اعشاری را از مقسوم، به طرف راست ۱۹ پایین می کنیم که ۱۹۶ می‌شود و عملیهٔ تقسیم را ادامه می‌دهیم:

```
 169,625 | 25
-150     |--------
---------| 6,785
  196
 -175
 -------
  212
 -200
 -------
  125
 -125
 -------
  000
```

مثال دوم: می‌خواهیم خارج قسمت ۴ ÷ ۱۹,۵ را پیدا نماییم.

حل: شما می‌دانید که به طرف راست رقم آخر کسر اعشاری، بودن و نبودن صفر در قیمت کسر اعشاری کدام تغییر به وجود نمی آورد، در این صورت عملیهٔ تقسیم را چنین انجام میدهیم:

بعد از پایین کردن رقم آخر (۵) و اجرای عملیهٔ تقسیم و تفریق، پیش‌روی باقیماندهٔ آخری، یعنی (۳) صفر می‌گذاریم وعملیهٔ تقسیم را طوری که در زیر ارائه شده است تا زمانی ادامه می‌دهیم که باقیماندهٔ نهایی صفرشود.

```
۱۹,۵   | ۴
-۱۶    |------
-----  | ۴,۸۷۵
 ۳۵
-۳۲
-----
 ۳۰
-۲۸
-----
 ۲۰
-۲۰
-----
 ۰۰
```



فعالیت‌ها

خارج قسمت سؤال‌های زیر را به شکل گروهی پیدا کنید.

۴,۶۵ ÷ ۰,۵ = ?　　۱۴۲,۳۶ ÷ ۱۴۵ = ?　　۶۲۵ ÷ ۱۵ = ?　　۷۷۷ ÷ ۸۴ = ?

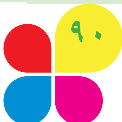
۹۰,۲۲۵ ÷ ۱۶,۵ = ?　　۱۲,۰۸ ÷ ۰,۰۶ = ?　　۰,۰۰۰۱ ÷ ۴ = ?　　۲,۶۵ ÷ ۱,۱ = ?

۴۰ ÷ ۰,۰۶ = ?



کارخانه گی

سؤال‌های ۷,۲۵ ÷ ۲۸,۵۶۷ و ۹,۷ ÷ ۴۲,۳۷۸ را در کتابچه‌های خود حل کرده با خود بیاورید.



تقسیم کسر اعشاری به اعداد ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۰۰۰

- کی می‌تواند عملیهٔ ۱۰÷۱۶٫۳ را طور مختصر انجام دهد؟

مثال اول: عدد اعشاری ۱۲٫۳ را بر ۱۰ تقسیم نمایید.

۱۲٫۳	۱۰
۱۰−	۱٫۲۳
۲۳	
۲۰ −	
۳۰	
۳۰ −	
۰۰	

اجرای عملیهٔ تقسیم نشان می‌دهد که خارج قسمت، ۱٫۲۳ است. در حقیقت علامت اعشاری (,) یک خانه به طرف چپ انتقال یافته است.

یعنی: ۱٫۲۳ = ۱۰ ÷ ۱۲٫۳

مثال دوم : عدد اعشاری ۲۳۵٫۴ را بر عدد ۱۰۰ تقسیم نمایید.

در نتیجهٔ عملیهٔ تقسیم بازهم دیده می‌شود که علامت اعشاری به اندازهٔ صفرهای مقسوم علیه (۱۰۰) یعنی دو خانه به طرف چپ انتقال یافته است؛ یعنی:

$$۲۳۵,۴ \div ۱۰۰ = ۲,۳۵۴$$

```
 ۲۳۵,۴ | ۱۰۰
-۲۰۰   |------
------ | ۲,۳۵۴
 ۳۵۴
-۳۰۰
------
 ۵۴۰
-۵۰۰
------
 ۴۰۰
-۴۰۰
------
 ۰۰۰
```

مثـال سـوم: عـدد اعشـاری ۱۴۲,۵ را بر ۱۰۰۰تقسـیم نماییـد. در ایـن صـورت نیـز دیـده می‌شـود کـه علامـت اعشـاری بـه انـدازهٔ صفرهـای مقسـوم علیـه (۱۰۰۰) یعنـی سـه خانـه بـه طـرف چـپ انتقـال یافتـه اسـت.

$$۱۴۲,۵ \div ۱۰۰۰ = ۰,۱۴۲۵$$

```
 ۱۴۲,۵ | ۱۰۰۰
-۱۰۰۰  |-------
------ | ۰,۱۴۲۵
 ۴۲۵۰
-۴۰۰۰
------
 ۲۵۰۰
-۲۰۰۰
------
 ۵۰۰۰
-۵۰۰۰
------
 ۰۰۰
```

از حل مثال‌های فوق نتیجه می‌شود که:

هرگاه عدد اعشاری را تقسیم عدد ۱۰۰،۱۰، ۱۰۰۰ و غیره نماییم، به آسانترین طریقه تقسیم می‌کنیم، طوری که برعکس عملیهٔ ضرب، علامت اعشاری را به تعداد صفرهای مقسوم علیه در مقسوم به طرف چپ انتقال می‌دهیم. اگر تعداد ارقام صحیح مقسوم نسبت به صفرهای مقسوم علیه کم باشد، در این صورت به طرف چپ عدد صحیح مقسوم، آن تعداد صفرها را علاوه می‌کنیم تا تعداد ارقام عدد صحیح و صفرها بعد از علامت اعشاری مساوی به تعداد صفرهای مقسوم علیه گردد و بعد از آن علامت اعشاری را می‌گذاریم. به طور مثال: ۴,۵۲ ÷ ۱۰۰۰ = ۰,۰۰۴۵۲



فعالیت‌ها

حاصل تقسیم عددهای زیر را بنویسید. برای یافتن جوابها قاعده‌یی را که به کار می‌برید بیان کنید.

۱۴,۷ ÷ ۱۰۰ = ?　　۴,۲۳ ÷ ۱۰ = ?　　۳,۲۴۵ ÷ ۱۰۰ = ?　　۴,۲ ÷ ۱۰ = ?

۱۴,۲۱ ÷ ۱۰۰۰ = ?　　۲,۲۳۲ ÷ ۱۰ = ?　　۰,۲۱ ÷ ۱۰۰ = ?　　۵,۰۰۵۱ ÷ ۱۰۰۰ = ?

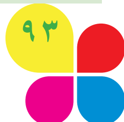


کارخانه‌گی

شاگردان سؤال‌های زیر را در خانه حل و با خود بیاورند.

۱- ۲۵۶,۲ ÷ ۱۰۰ = ?

۲- ۳۵۸,۱۲ ÷ ۱۰۰۰ = ?



سؤال‌ها:

۱- اگر قیمت یک کیلوگرام کچالو ۲۸٫۵ افغانی باشد، به ۴۲۷۵ افغانی چند کیلوگرام کچالو خریده می‌توانیم؟

۲- شخصی به مبلغ ۱۸۹٫۷ افغانی ۳٫۷ کیلوگرام گیلاس خرید و آن را از قرار فی کیلوگرام ۵۲٫۲۵ افغانی فروخت، منفعت او را حساب کنید.

۳- یک پیاده گرد در هر ساعت به طور اوسط ۵٫۵ کیلومتر راه می‌رود. او فاصلهٔ کابل- جلال آباد را که تقریباً ۱۴۸٫۵ کیلومتر است، در چند ساعت طی خواهد کرد؟

۴- شخصی یک توپ تکه را از قرار فی‌متر ۱۲٫۵ افغانی خرید و از قرار فی‌متر ۱۴٫۲۵ افغانی فروخت و ۲۹٫۲۵ افغانی نفع کرد، طول توپ تکه را معلوم کنید.

۵- شخصی یک جوره بوت و ۲۷٫۱۲۵متر تکه را به ۱۲۶۰ افغانی خرید. اگر قیمت یک جوره بوت ۲۷۰٫۵ افغانی باشد، قیمت فی‌متر تکه چند افغانی است؟

۶- یک موتر در ۴۸ ساعت ۲۶۶۴ کیلومتر مسافه را طی کرده است. سرعت رفتار فی ثانیهٔ آن چندمتر است؟

۷- تاجری ۹۲۷٫۵ افغانی را بین ۴۹ نفر از فقرا تقسیم کرد؛ طوری که به هر یک از ۳۱ نفر آن‌ها ۱۷٫۲۵ افغانی داد. معلوم کنید به هر یک از نفرهای باقیمانده چند افغانی بدهد؟

۸- در یک لیتر آب بحر ۰٫۰۱۶ کیلوگرام نمک است. ۲۳۰ کیلوگرام

نمک از چند لیتر آب حاصل می‌شود؟

۹- یک نفر ۸۴۰ کیلوگرام گندم را از قرار فی کیلوگرام (۸) افغانی با یک نفر قناد، با قند مبادله کرد و ۳۱۴ کیلوگرام قند گرفت. قیمت هر کیلوگرام قند ۱۹ افغانی است. کدام یک به دیگری چند افغانی بدهد؟

۱۰- اگر قیمت مجموعی (۱۰) سیر گندم ۷۵۲٫۵ افغانی باشد، قیمت یک سیر آن را معلوم کنید.

۱۱- یک نفر دکاندار (۱۰۰)متر سیم برق را به ۹۷۷٫۵ افغانی خرید. قیمت یک‌متر سیم برق را معلوم کنید.

۱۲- برای (۱۰۰۰) نفر شاگردان لیسه امانی ۷۵۲۵متر تکه خریداری شده است. سهم هر شاگرد را معلوم کنید.

۱۳- کدام یک از افاده‌های زیر صحیح و کدام آن‌ها غلط است؟

$۱٫۲ \div ۱۰ = ۰٫۱۲$ ، $۱۲ \div ۱۰ = ۱۲۰$

$۴٫۱ \div ۱۰۰ = ۴۱$ ، $۴٫۱ \div ۱۰۰ = ۰٫۰۴۱$

$۲ \times ۱۰۰۰ = ۲۰۰۰$ ، $۲ \div ۰٫۰۰۱ = ۰٫۰۰۲$

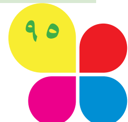
$۶ \times ۰٫۰۰۱ = ۶۰$ ، $۶ \times ۰٫۰۰۱ = ۰٫۰۰۶$

$۰٫۵ \div ۱۰۰ = ۰٫۰۰۵$ ، $۰٫۵ \times ۱۰ = ۵$



کارخانه‌گی

سؤال‌های شماره ۱۱ و ۱۲ رادر کتابچه‌های خود حل و باخود بیاورید.



تبدیل کسرها به یکدیگر

تبدیل کسر عام به کسر اعشاری

- کـی می‌توانـد یـک، یـک نمونـه از کسـرعام و کسـر اعشـاری روی تختـه بنویسـد؟
- کی می‌تواند یک کسر عام را به کسر اعشاری تبدیل کند ؟

بـرای تبدیـل کسـر عـام (واقعـی) بـه کسـر اعشـاری صـورت را بـر مخـرج تقسـیم می‌کنیـم؛ طوری‌کـه اول علامـت اعشـاری یـا ممیـزه را در خـارج قسـمت نوشـته یـک صفـر بـه طـرف راسـت صـورت عـلاوه می‌کنیـم و بعـد عملیـهٔ تقسـیم را انجـام می‌دهیـم.

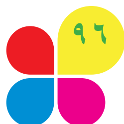
مثال اول: $\frac{۴}{۵} = ۴ \div ۵ = ?$

۴۰	۵
-۴۰	۰,۸
۰	

پس داریم که : $\frac{۴}{۵} = ۰,۸$

مثال دوم : کسر عام $\frac{۱۲}{۲۵}$ را به کسر اعشار چنین تبدیل می‌کنیم.

$\frac{۱۲}{۲۵} = ۱۲ \div ۲۵ = ۱۲,۰۰ \div ۲۵ = ?$ یا



پس: $\frac{۱۲}{۲۵} = ۰,۴۸$

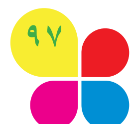
مثال سوم

کسر عام $\frac{۲۸}{۵۰}$ را به کسر اعشار چنین تبدیل می‌نماییم:

$\frac{۲۸}{۵۰} = ۲۸ \div ۵۰$ یا $۲۸,۰۰ \div ۵۰ = ?$

۲۸,۰۰	۵۰
−۰	۰,۵۶
۲۸۰	
−۲۵۰	
۳۰۰	
−۳۰۰	
۰۰۰	

پس $\frac{۲۸}{۵۰} = ۰,۵۶$ می‌شود.



اگر کسر عام، متشکل از قسمت‌های صحیح و کسری (کسر مخلوط) باشد، دراین حالت به دو طریقهٔ زیر، آن را به کسر اعشار تبدیل می کنیم:

طریقهٔ اول

قسمت صحیح کسر مخلوط، قسمت صحیح کسر اعشاری نیز می‌باشد.

یعنی: $1\frac{2}{5} = 1{,}4$

در این صورت عدد صحیح کسر مخلوط را عدد صحیح کسر اعشاری قرار داده و خود کسر را به اعشار تبدیل می کنیم.

مثال اول

$9\frac{2}{5}$ چنین به کسر اعشار تبدیل می‌شود:

حل

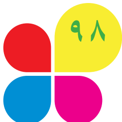
در کسر عام $9\frac{2}{5}$ تنها کسر $\frac{2}{5}$ را به کسر اعشار تبدیل می کنیم و بعد از آن عدد صحیح ۹ را به حیث عدد صحیح کسر اعشار قرار می‌دهیم.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

یا

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \hline -20 & 0{,}4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

در نتیجه $9{,}4 = 9\frac{2}{5}$ می‌شود.



مثال دوم: کسر عام $۹۲\frac{۷}{۵۰}$ را به کسر اعشاری این طور تبدیل می کنیم.

حل

در کسر $۹۲\frac{۷}{۵۰}$ تنها کسر $\frac{۷}{۵۰}$ را به کسر اعشار تبدیل می کنیم و بعد از آن عدد صحیح ۹۲ را به حیث عدد صحیح کسراعشاری (۰٫۱۴) قرار می‌دهیم.

$$\frac{۷}{۵۰} = \frac{۲ \times ۷}{۲ \times ۵۰} = \frac{۱۴}{۱۰۰} = ۰٫۱۴$$

اکنون عدد ۹۲ را به حیث عدد صحیح کسر اعشاری (۰٫۱۴)قرار می‌دهیم که در نتیجه عدد اعشاری ۹۲٫۱۴ به دست می آید.

یعنی $۹۲٫۱۴ = ۹۲\frac{۷}{۵۰}$ می‌شود.

طریقهٔ دوم:

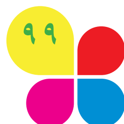
در این طریقه عدد مخلوط را به کسر غیر واقعی تبدیل می کنیم و بعد صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم که کسر اعشار به دست می‌آید.

مثال اول

کسرعام $۴\frac{۵}{۱۰}$ به کسر اعشار چنین تبدیل می‌کنیم:

حل $۴\frac{۵}{۱۰}$ را به کسر غیر تبدیل می‌نماییم.

$$۴\frac{۵}{۱۰} = \frac{(۴ \times ۱۰) + ۵}{۱۰} = \frac{۴۵}{۱۰}$$



سؤال‌ها

۱- کسرهای زیر را به کسر اعشاری بنویسید.

اکنون کسر به دست آمده $\frac{۴۵}{۱۰}$ را به کسر اعشار تبدیل می‌کنیم.

$\frac{۱۸}{۱۰}$ $\frac{۱۶}{۱۰}$ $\frac{۷۶}{۱۰۰۰}$ $\frac{۶۵۷۴}{۱۰۰۰۰}$ $\frac{۴۵}{۱۰۰}$ $۴\frac{۵}{۱۰}$

$\frac{۴۵}{۱۰} = ۴,۵$

مثال دوم

۲- هر یک از کسرهای زیر را به کسر اعشار تبدیل کنید.

کسر عام $۶\frac{۱}{۴}$ را به کسر اعشار طور زیر تبدیل کنیم.

$\frac{۷}{۵}$ $\frac{۹}{۲۵}$ $\frac{۸}{۲۵}$ $\frac{۳}{۵}$ $\frac{۸}{۱۰۰}$

$۶\frac{۱}{۴} = \frac{(۶\times۴)+۱}{۴} = \frac{۲۵}{۴}$

حل

۳- کسرهای زیر را به کسر اعشار تبدیل کنید.

حالا کسر $\frac{۲۵}{۴}$ به کسر اعشار تبدیل می‌شود.

$۱\frac{۲۰}{۱۰}$ $۶\frac{۵}{۱۵}$ $۶\frac{۷}{۸}$ $۵\frac{۴}{۱۲۵}$

۲۵	۴
۲۴-	۶,۲۵
۱۰	
۸-	
۲۰	
۲۰-	
۰۰	

در نتیجه $۶,۲۵ = ۶\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

$۱۹\frac{}{۱۰۰۰}$ $۱۷\frac{۳۵}{۷۱}$



کارخانه‌گی



فعالیت‌ها

درصورتی که سؤال‌ها درصنف حل نشوند، متباقی را در خانه حل کنید.

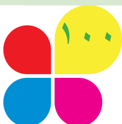
کسرهای عام زیر را به کسر اعشار تبدیل کنید.

$\frac{۲}{۱۰}$، $۸\frac{۲۴}{۱۰۰}$، $۱۹\frac{۳۵}{۵۰}$، $۶\frac{۷}{۸}$، ۶ $۴\frac{۵}{۲۲۵}$



کارخانه‌گی

کسر عام $۷\frac{۱}{۵}$ را به کسر اعشاری تبدیل کنید.

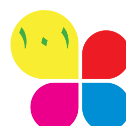


، ، ، ،

، ، ، ،

، ، ، ،

،


١٠١

تبدیل کسر اعشاری به کسر عام

- کی می‌تواند یک کسر اعشاری را به کسر عام تبدیل کند؟

برای تبدیل کسر اعشار به کسر عام، ارقام طرف راست کسر اعشاری را در صورت کسر عام می‌نویسیم و به تعداد رقم‌های اعشاری کسر اعشار، در مخرج صفرها را قرار داده و عوض علامت اعشاری در مخرج، عدد (۱) را می‌نویسیم. به این صورت کسر اعشاری را به کسر عام تبدیل می‌توانیم.

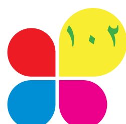
مثال : کسر اعشار ۰,۴۵ را به کسر عام طور زیر تبدیل می کنیم:

$$۰,۴۵ = \frac{\overset{۹}{\cancel{۴۵}}}{\underset{۲۰}{\cancel{۱۰۰}}} = \frac{۹}{۲۰}$$

مثال: کسر اعشار ۲,۲۵ را به کسر عام چنین تبدیل می کنیم:

در این صورت عدد صحیح کسر اعشار رابه حیث عدد صحیح کسر عام در نظر می گیریم.

$$۲,۲۵ = ۲\frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲\frac{۱}{۴}$$





فعالیت‌ها

کسرهای زیر اعشاری را به کسر عام تبدیل کنید.

۱۶,۰۶ ، ۶,۳۲ ، ۱۲,۰۰۱ ، ۴,۰۸ ، ۰,۲۵۴

سؤال‌ها

کسرهای اعشاری زیر را به کسر عام تبدیل کنید.

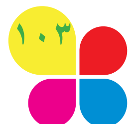
۳۵,۰۵۲ ، ۰,۰۰۰۰۵۶ ، ۷۶۸,۰۰۰۸۹ ، ۱۵۲,۰۰۸۷ ، ۰,۵



کارخانه‌گی

کسرهای اعشاری زیر را در کتابچه‌های تان به کسرعام تبدیل کنید.

۰,۶۰۰ ، ۱۴,۰۰۵ ، ۲۵,۰۷



کسرهای اعشاری متوالی

• کدام کسر را ، کسر اعشاری متوالی می گویند ؟

در بعضی موارد به عددهایی رو به رو می‌شویم که از تقسیم آن‌ها بر یکدیگر باقیمانده صفر نشده، بلکه تکرار می‌شود و در خارج قسمت نیز یک یا چند رقم به صورت تکرار واقع می‌شود. کسر اعشاریی که از اجرای چنین عملیهٔ تقسیم به وجود می‌آید به نام کسر اعشاری متوالی (پی در پی) یاد می‌شود.

مثال اول:

$$\frac{۱}{۳} = ۰,۳۳۳۰۰۰ = ۰,\overline{۳}$$

مثال دوم : کسر های عام $\frac{۲۰}{۶}$ و $\frac{۴۵}{۱۱}$ را به شکل کسر اعشاری تبدیل کنید.

۲۰	۶
۱۸-	۳,۳۳۳
۲۰	
۱۸ -	
۲۰	
۱۸ -	
۲	

به همین ترتیب

۴۵	۱۱
۴۴-	۴,۰۹۰۹
۱۰۰	
۹۹ -	
۱۰۰	
۹۹ -	
۱	

در نتیجه: $\frac{۲۰}{۶}=۳٫۳۳۳۰۰۰=۳٫\overline{۳}$ و $\frac{۴۵}{۱۱}=۴٫\overline{۰۹}۰۹۰۰۰$ حاصل می‌شود.

$$\frac{۲۰}{۶}=۳٫\overline{۳} \qquad \frac{۴۵}{۱۱}=۴٫\overline{۰۹}$$

در مثال اول رقم ۳ و درمثال دوم ۰۹ به صورت تکرار واقع شده است که چنین کسرها را به نام کسر اعشاری متوالی یاد می کنند. برای این گونه کسرهای اعشاری متوالی خارج قسمت را چنین می‌نویسند:

$$\frac{۲۶}{۱۱۱}=۰٫\overline{۲۳۴}$$

۱- سه نقطه (۰۰۰) به ادامهٔ دو عدد فوق به مفهوم این است که (۳)و همچنان(۰۹)ادامه دارند.





فعالیت‌ها

کسرهای زیر را به کسرهای اعشاری تبدیل نموده بگویید کدام یکی آن متوالی و کدام یکی آن غیر متوالی اند.

$\frac{۳}{۹}$ ، $\frac{۵}{۱۱}$ ، $۱۸\frac{۱}{۴}$ ، $۱۲\frac{۴}{۵}$ ، $\frac{۳}{۱۱}$ ، $\frac{۹}{۴}$ ، $۱۲\frac{۱}{۲}$



کارخانه‌گی

کسرعام $۱۶\frac{۴}{۵}$ را به کسر اعشاری تبدیل کرده و بگویید که کسر عشاری متوالی است یا غیر متوالی؟

تبدیل کسر اعشاری متوالی به کسر عام

- چطور می‌توانیم یک کسر اعشاری متوالی را به یک کسر عام تبدیل کنیم؟

برای تبدیل کسر اعشاری متوالی به کسر عام، ارقام متوالی را در صورت وبه عوض هر رقم متوالی در مخرج ۹ می‌نویسیم، به این ترتیب کسر اعشار متوالی به کسر عام تبدیل می‌شود.

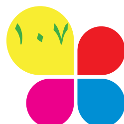
مثال اول: $\frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۹} = ۰{,}\overline{۳} \quad ۲\frac{۵}{۱۱} = ۲\frac{۴۵}{۹۹} = ۲{,}\overline{۴۵}$

هر گاه قسمت اعشاری کسر اعشاری، مرکب از ارقام متوالی و غیر متوالی باشد از تمام ارقام اعشاری، ارقام غیر متوالی را تفریق کرده در صورت می‌نویسیم و در مخرج به تعداد ارقام متوالی ۹ و به تعداد ارقام غیرمتوالی صفر می‌گذاریم.

مثال: در عدد ۰٫۲۳۷ که رقم ۷ متوالی و ۲۳ غیر متوالی اند.

$$۰{،}۲۳\overline{۷} = \frac{۲۳۷ - ۲۳}{۹۰۰} = \frac{۲۱۴}{۹۰۰} = \frac{۱۰۷}{۴۵۰}$$

مثال دوم: کسر اعشاری متوالی $۹{,}۶۷\overline{۴۳۲}$ را که سه رقم ۴۳۲ آن متوالی و ۶۷ غیر متوالی است؛ چنین به کسر عام تبدیل می‌کنیم.



$$۹,۶۷۴۳۲ = ۹\frac{۶۷\overline{۴۳}۲ - ۶۷}{۹۹۹۰۰} = ۹\frac{۶۷۳۶۵}{۹۹۹۰۰} = ۹\frac{۴۹۹}{۷۴۰}$$

در مثال دوم، اگر بخواهیم کسر عام غیر واجب شده به دست آید، در عملیهٔ تفریق قسمت صحیح را با مفروق و مفروق منه یکجا می گیریم.

مثال سوم:

$$۹,۶۷\overline{۴۳}۲ = \frac{۹۶۷۴۳۲ - ۹۶۷}{۹۹۹۰۰} = \frac{۹۶۶۴۶۵}{۹۹۹۰۰} = \frac{۷۱۵۹}{۷۴۰}$$

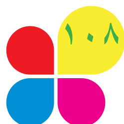
سؤال‌ها: کسرهای مرکب متوالی و غیر متوالی زیر را به کسر عام تبدیل کنید.

$۰,۸۱\overline{۳۲}$ ، $۰,۹\overline{۲۴}$ ، $۰,۲۰\overline{۵۶}$ ، $۷,\overline{۲۳}$ ، $۹,۵۲۱\overline{۷۹}$



کارخانه گی

کسر اعشاری ۸,۲ را به کسر عام تبدیل کنید.





نسبت، تناسب و فیصد



۱ – نسبت

• عبدالله ۸۰ افغانی و برادرش ۲۰ افغانی دارد، پول برادر عبدالله چندم حصهٔ پول عبدالله است ؟

شاگردان عزیز! اگر دو توپ تکه یکی به طول ۵۰متر و دیگری به طول ۲۰متر داشته باشیم ، برای این که بدانیم طول توپ تکهٔ اول، چند برابر طول توپ تکهٔ دومی است، باید طول توپ تکهٔ اولی را تقسیم طول توپ تکهٔ دومی نماییم.

یعنی: ۲,۵ = ۲۰ ÷ ۵۰

پس گفته می‌توانیم طول توپ تکهٔ اولی ۲,۵ برابر طول توپ تکهٔ دومی است.

به همین ترتیب اگر از شما پرسیده شود که از جملهٔ دو صنف شاگردان که در صنف اول ۳۶ نفر شاگرد و در صنف دوم ۱۲ نفر شاگرد موجود است، کدام صنف شاگردان بیشتر داشته و نسبت به صنف دیگر چی تعداد زیاد است؟ شما جواب قسمت اول سؤال را

چنین دریافت کرده می‌توانید. $36 - 12 = 24$

یعنی شاگردان صنف اول نسبت به شاگردان صنف دوم ۲۴ نفر بیشتر اند؛ لیکن جواب قسمت دوم سؤال را به واسطۀ عملیۀ تقسیم می‌توانیم چنین پیدا کنیم: $36 \div 12 = 3$

در نتیجه می‌گوییم که تعداد شاگردان صنف اول نسبت به تعداد شاگردان صنف دوم سه برابر است، پس از حل دو مثال چنین گفته می‌توانیم که:

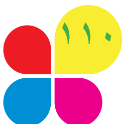
نسبت بین دو کمیت از یک جنس، عبارت از عددی است که نشان می‌دهد کمیت اول چند برابر کمیت دوم و یا کمیت دوم چند مرتبه شامل کمیت اول می‌باشد و یا اگر بگوییم نسبت بین دو وزن $\frac{3}{4}$ است به این معنی است که اگر وزن دوم به چهار حصۀ مساوی تقسیم شود ۳ حصۀ آن وزن اول است.

برای نشان دادن نسبت بین دو عدد از خط کسری، یا از علامت (:) و یا از علامت(÷) کار گرفته و چنین می‌نویسیم. $\frac{3}{4}$ ، $3 \div 4$، $3 : 4$

ولی نمایش نسبت، به شکل کسری زیاد تر معمول است؛ همچنان وقتی یک نسبت را بین دو کمیت تشکیل کرده می‌توانیم که هر دوی آن همجنس و به یک واحد اندازه شده باشند. اگر عین واحد را نداشته باشند در آن صورت یکی را از جنس واحد دیگری تبدیل می‌کنیم.

مثال:

$$\frac{2}{5} = \frac{200}{500} = \frac{\text{۲۰۰ سانتی متر}}{\text{۱۰۰ × ۵ سانتی متر}} = \frac{\text{۲۰۰ سانتی‌متر}}{\text{۵ متر}}$$



نسبت، تنها یک عدد مجرد است که واحد ندارد، زیرا واحد مشترک صورت و مخرج با هم اختصار می گردند.
بین اعداد کسری نیز نسبت تشکیل شده می‌توانند؛ ولی این نسبت باید ساده شود.

مثال: نسبت بین $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۶}$ این طور نوشته می‌شود.

یا $\frac{۹}{۱۰} = \frac{\cancel{۱۸}^{۹}}{\cancel{۲۰}_{۱۰}} = \frac{۶}{۵} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۶} \div \frac{۳}{۴} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۶}}$

$\frac{۵}{۷} = \frac{\cancel{۱۵}^{۵}}{\cancel{۲۱}_{۷}} = \frac{۱,۵}{۲,۱}$



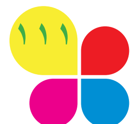
فعالیت‌ها

نسبت‌های زیر را در یافت کنید:
الف) نسبت بین ۳۰ دقیقه و ۲ ساعت را
ب) نسبت بین ۲ کیلوگرام برنج و ۸۰۰ گرام برنج را
ج) نسبت بین ضلع مربع و محیط مربع را، در صورتی دریابید که یک ضلع مربع ۸ سانتی‌متر باشد



کارخانه‌گی

نسبت بین عددهای ۳۲ و ۱۶، بین ۶۳ و ۵۴، ۴۲ و ۲۴ را بعد از اختصار پیدا کنید.



۲ – نسبتهای معکوس

- کی می‌تواند معکوس یک عدد را روی تخته بنویسد ؟
- کی می‌تواند یک مثال نسبت و معکوس آن را روی تخته بنویسد؟

دو نسبت وقتی معکوس یکدیگر اند که یکی آن ازمعکوس دیگرش حاصل شده باشد.

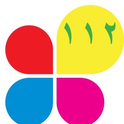
مثال: $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۷}{۵}$ معکوس یکدیگر اند، حاصل ضرب دو نسبت معکوس، مساوی به عدد واحد (یک) است طور زیر.

$$\frac{\cancel{۷}^{۱}}{\cancel{۵}_{۱}} \times \frac{\cancel{۵}^{۱}}{\cancel{۷}_{۱}} = \frac{۱ \times ۱}{۱ \times ۱} = \frac{۱}{۱} = ۱$$

مثال اول : مساحت یک باغ ۶ جریب و مساحت یک قطعه زمین ۱۸ جریب است. نسبت بین مساحت زمین و باغ و همچنان نسبت بین مساحت باغ و زمین را بنویسید و نیز نشان دهید که مساحت زمین چند برابر مساحت باغ است؟

$$\text{نسبت بین مساحت زمین و باغ} = \frac{\text{مساحت زمین}}{\text{مساحت باغ}} = \frac{\cancel{۱۸}^{۳}\text{جریب}}{\cancel{۶}_{۱}\text{جریب}} = ۳$$

آیا نسبت بین مساحت باغ و زمین معکوس مساحت زمین و باغ است؟



$$\text{نسبت بین مساحت باغ و زمین} = \frac{\text{مساحت باغ}}{\text{مساحت زمین}} = \frac{\text{۶ جریب}}{\text{۱۸ جریب}} = \frac{۱}{۳}$$

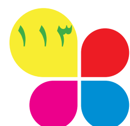
حل:

در این حالت گفته می‌شود که مساحت باغ یک سوم مساحت زمین است.

$$\frac{۱۸}{۶} \times \frac{۶}{۱۸} = \frac{۱ \times ۱}{۱ \times ۱} = ۱$$

نظر به تعریف نسبت‌های معکوس، $\frac{۳}{۱}$ و $\frac{۱}{۳}$ معکوس یکدیگر اند.

حالا گفته می‌توانیم که مساحت زمین سه چند مساحت باغ است.





فعالیت‌ها

معکوس نسبت‌های زیر را بنویسید.

$\frac{۸}{۹}$ ، $\frac{۱۲}{۱۳}$ ، $\frac{۱۷}{۲۱}$ ، $\frac{۳۳}{۷۱}$ و $\frac{۷۳}{۸۵}$

گاهی چنین واقع می‌شود که نسبت بین دو عدد ویکی از اعداد، نسبت دوم داده شده می‌باشد مطلوب، دریافت عدد دومی می‌باشد.

مثال دوم: نسبت دو عدد $\frac{۳}{۵}$ بوده اگر عدد چهارم آن ۲۵ باشد عدد سوم را معلوم کنید.

حل: چون $\frac{\text{عدد مطلوب}}{۲۵} = \frac{۳}{۵}$

پس عدد مطلوب $= \frac{۳ \times ۲۵}{۵} =$ ۱۵ می باشد.

مثال سوم : در مخلوط دو میوه مقدار خسته و کشمش به نسبت ۳ و ۵ (۵:۳) است. در یک کیلوگرام مخلوط مذکور چند گرام خسته و چند گرام کشمش موجود است؟

حل: هرگاه تمام مخلوط به ۸ حصهٔ مساوی تقسیم گردد، در هر حصهٔ مذکور ۵ حصه کشمش و ۳ حصه خسته است، چون یک کیلوگرام = ۱۰۰۰ گرام است؛ پس:

مقدار کشمش $= \frac{\overset{۱۲۵}{\cancel{۱۰۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۸}}} \times \frac{۵}{۱} =$ ۱۲۵ × ۵ = ۶۲۵ گرام

۱- **یادداشت:** در مثال ۳، (۵ : ۳) به مفهوم سه نسبت پنج است، زیرا افادهٔ ریاضی معمولاً از چپ به راست نوشته وخوانده می‌شود.

$$\text{۳۷۵ گرام} = ۱۲۵ \times ۳ = ۳ \times \frac{\overset{۱۲۵}{\cancel{۱۰۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۸}}} = \text{مقدار خسته}$$

مثال چهارم : در یک محلول (۴۰) لیتره، نسبت آب و شربت $\frac{۱}{۳}$ می‌باشد. چی مقدار آب به آن علاوه گردد تا نسبت شربت و آب $\frac{۵}{۲}$ شود؟

حل: مجموع نسبت محلول آب و شربت ۴ = ۳ + ۱ است.

$$\text{۳۰ لیتر} = ۳ \times \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۴۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} = \text{مقدار شربت}$$

$$\text{۱۰ لیتر} = ۱=۱۰ \times ۱ \times \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۴۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} = \text{مقدار آب}$$

چون مقدار ۳۰ لیتر شربت ثابت است، پس باید تنها یک مقدار آب افزود گردد تا نسبت $\frac{۵}{۲}$ را بدهددر این صورت:

$$\frac{۵}{۲} = \frac{۳۰}{\text{آب}}$$

مقدار آب $= \frac{۳۰\times۲}{۵} = ۶\times۲ =$ ۱۲ لیتر

چون قبلاً ۱۰ لیتر آب در محلول بود، پس مقدار آب که باید علاوه گردد ۲ لیتر=۱۰ – ۱۲ است.



کارخانه گی

۱- نسبت بین دو عدد $\frac{۵}{۷}$ است، اگر عدد اول ۳۵ باشد عدد دومی را پیدا کنید.

۲- اگر عمر برادر کلان ۲۴ سال و عمر برادر کوچک آن ۸ سال باشد. نسبت عمر برادر کلان و برادر کوچک را معلوم کنید.

سؤال‌ها

۱- نسبت بین ۱۵ دقیقه و ۱۸ ساعت چقدر است؟

۲- یک مخلوط (۳۵,۵) کیلوگرام کتله دارد. در این مخلوط (۲۲) کیلوگرام نقره و متباقی آن مس می‌باشد. اول نسبت بین کتلهٔ مس و نقره را، دوم نسبت بین کتلهٔ مس و کتلهٔ مخلوط را و سوم نسبت بین کتلهٔ نقره و کتلهٔ مخلوط را معلوم کنید.

۳- نسبت بین دو طول $\frac{۱}{۲}$ ۵ است، اگر طول اولی ۴۲,۵متر باشد، طول دوم را معلوم کنید.

۴- عمر پدر ۶۵ سال و عمر پسرش ۲۵ سال است. نسبت بین عمر پدر و پسر را معلوم کنید.

۵- یک نسبت مساوی $\frac{۳}{۷}$ پیدا کنید که مجموع دو حدش ۱۸۰ باشد.

۶- نسبت بین عرض و طول یک قطعه زمین $\frac{۲}{۳}$ است. اگر طول آن ۴۵متر باشد عرضش چندمتر است؟

۷- نسبت بین عمر پسر و عمر پدر $\frac{۳}{۸}$ است. اگر پسر ۱۲ ساله باشد پدرش چند ساله است؟

۸- یک برادر ۱۲ ساله و دیگر آن ۲۶ ساله است. نسبت بین عمر آن‌ها چند است؟

۹ - نسبت بین محیط و قطر دایره $\frac{۲۲}{۷}$ است. محیط دایره را معلوم کنید، در صورتی که قطر آن (۲۱,۸۴) سانتی‌متر باشد.



کارخانه‌گی

سؤال شماره (۹) را در کتابچه‌ها حل و با خود بیاورید.

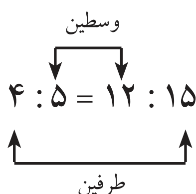
۳ – تناسب

- کی می‌تواند یک نسبت را روی تخته بنویسد ؟
- کی می‌تواند دو نسبت مساوی را روی تخته بنویسد ؟

تساوی دو نسبت را به نام تناسب یاد می‌کنند.

مثال : $\frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵}$ یک تناسب است؛ زیرا نسبت $\frac{۱۲}{۱۵}$ با نسبت $\frac{۴}{۵}$ مساوی است.

از تعریف فوق چنین نتیجه می‌شود که یک تناسب چهار حد دارد. صورت نسبت اول و مخرج نسبت دوم را به نام طرفین تناسب، مخرج نسبت اول و صورت نسبت دوم را به نام وسطین تناسب یاد می‌کنند. در مثال فوق عددهای ۴ و ۱۵ را طرفین تناسب و عددهای ۵ و ۱۲ را وسطین تناسب می‌نامند که در ارائهٔ زیر به وضاحت دیده می‌شود.

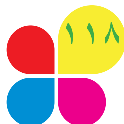


تناسب $\frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ چنین خوانده می‌شود:

$\frac{۵}{۷}$ مساوی است به $\frac{۱۵}{۲۱}$ یا نسبت ۵ با ۷ مساوی به نسبت ۱۵ با ۲۱ است.

خاصیت‌های حسابی در تناسب

خاصیت اول: به صورت عموم اگر یک تناسب ۳ : ۴ = ۹ : ۱۲ موجود باشد، در آن صورت حاصل ضرب طرفین تناسب مساوی به حاصل ضرب وسطین آن می‌شود. یعنی ۳ × ۱۲ = ۴ × ۹ است. این خاصیت را به نام خاصیت اساسی تناسب یاد می‌کنند.



مثال

در تناسب $\frac{۵}{۷} = \frac{۲,۵}{۳,۵}$ دیده می‌شود.

$$۵ \times ۳,۵ = ۷ \times ۲,۵$$

$$۱۷,۵ = ۱۷,۵$$

همچنان در تناسب.

$$\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲۵}{۳۱}} = \frac{\frac{۳۱}{۳}}{\frac{۲۵}{۲}}$$

بعد از حاصل ضرب طرفین و وسطین داریم:

$$\frac{\cancel{۲}}{۳} \times \frac{۲۵}{\cancel{۲}} = \frac{۲۵}{\cancel{۳۱}} \times \frac{\cancel{۳۱}}{۳}$$

ویا

$$\frac{۲۵}{۳} = \frac{۲۵}{۳}$$



فعالیت‌ها

کدام یک از نسبت‌های زیر یک تناسب را تشکیل می کند؟

$۰,۸ : ۲,۲۷ = ۰,۶ : ۲,۰۴$

$\frac{۵}{۳} : \frac{۴}{۳} = \frac{۵}{۶} : \frac{۲}{۳}$

$۰,۵۱ : ۰,۲۰۴ = ۰,۲۸ : ۰,۱۱۲$

$\frac{۹}{۱۵} : ۱\frac{۲}{۵}\;۲ = \frac{۸}{۹} : ۱\frac{۱}{۳}$

اگـر یکـی از چهـار حـد تناسـب نـا معلـوم باشـد آن را پیـدا کـرده می‌توانیـم. طـور مثـال می‌خواهیـم حـد چهـارم تناسـب ۴، ۵ و ۲۴ را پیـدا کنیـم.

حل : تناسب را چنین تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۲۴}{?}$$

$$۳۰ = \frac{۵ \times \cancel{۲۴}^{۶}}{\cancel{۴}_{۱}} = \text{عدد نامعلوم یا حد چهارم}$$

یعنـی حاصـل ضـرب و سـطین بـر حـد معلـوم طرفیـن تقسـیم می گـردد و حـد نامــعلوم بـه دسـت می‌آیـد؛ همچنـان اگـر حـد دوم تناسـب نـا معلـوم باشـد مطابـق بـه قاعـدهٔ بـالا معلـوم شـده می‌توانـد.

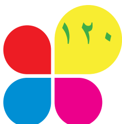
مثال دوم: اگر تناسب، چنین شکلی داشته باشد:

$$\frac{۳۰}{۵} = \frac{۲۴}{؟}$$

پس

$$۴ = \frac{\cancel{۵}^{۱} \times \cancel{۲۴}^{۴}}{\cancel{۳۰}_{\cancel{۶}_{۱}}} = \text{حد دوم}$$

یعنـی اگـر حاصـل ضـرب طرفیـن تناسـب، بـر یکـی ازوسـطین معلـوم تقسـیم گـردد حـد دوم تناسـب یـا وسـط نـا معلـوم بـه دسـت می‌آیـد.





فعالیت‌ها

حدهای نا معلوم را پیدا کرده تناسب را تکمیل کنید.

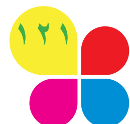
$$\frac{۷,۶۲}{۶,۳۵} = \frac{۶۷,۸}{؟} \qquad \frac{۱۱,۲}{۳۴,۴} = \frac{؟}{۵۱,۶}$$



کارخانه‌گی

در تناسب‌های زیر حدهای نا معلوم را پیدا کنید.

$$\frac{۴\frac{۱}{۲}}{۲\frac{۱}{۴}} = \frac{؟}{۳\frac{۱}{۵}} \qquad \frac{۵\frac{۱}{۴}}{?} = \frac{۵\frac{۳}{۵}}{۳\frac{۱}{۲}}$$



• آیـا ازدیـاد تعـداد کارگرهـا بـرای انجـام یـک کار در یـک وقـت معیـن تاثیـری بـر پیشـرفت کار دارد، چطـور ؟

هـر گاه در یـک تناسـب نسـبت دو مقـدار همجنـس بـا نسـبت دو مقـدار همجنــس دیگــر مســاوی باشــد در تناســب مذکــور دو حالــت پیــش می آیــد:

اول: اگـر مقـدار اول زیـاد گـردد در مقابـل بایـد مقـدار دوم هـم زیـاد شـود، و یـا اگـر مقـدار اول کـم شـود، در مقابـل مقـدار دوم هـم کـم گـردد، ایـن چنیـن تناسـب را تناسـب مسـتقیم می‌نامنـد و می گوییـم کـه مقدارهـای مذکـور بـا یکدیگـر مسـتقیماً متناسـب انـد. مثـال: اگـر قیمـت یـک دانـه تخـم مـرغ ۳ افغانـی باشـد قیمـت ۲ دانـه تخـم مـرغ ۶ افغانـی، قیمـت ۳ دانـه تخـم مـرغ ۹ افغانـی ... می‌باشـد. دراین مثـال اگـر تعـداد تخم‌هـا زیـاد شـود بـه همـان انـدازه پـول قیمت‌هـای آن‌هـا نیـز زیـاد می‌شـود؛ همچنـان اگـر قیمـت یـک کیلوگـرام گوشـت ۱۸۰ افغانـی باشـد، پـس قیمـت نیـم کیلوگـرام آن ۹۰ افغانـی و قیمـت $\frac{۱}{۳}$ کیلوگـرام آن ۶۰ افغانـی و قیمـت $\frac{۱}{۴}$ آن ۴۵ افغانـی می‌شـود، یعنـی اگـر بـا کـم شـدن مقـدار گوشـت، قیمـت گوشـت نیـز کـم شـود این‌هـا مثال‌هـای تناسـب مسـتقیم می‌باشـند و بـرای تناسـب مسـتقیم مثال‌هـای زیـر را نیـز در نظـر بگیریـد:

۱- افزایـش وزن اجسـام یـا اشـیا بـا افزایـش قیمـت آن‌هـا ماننـد وزن روغـن، برنـج، آرد، چـوب، آهـن و غیـره؛ یعنـی هـر قـدر وزن اشـیا زیـاد

شـود، قیمـت آن‌هـا نیـز زیـاد می‌شـود.

۲- افزایش حجـم اشـیا بـا افزایـش قیمـت آن‌هـاماننـد حجـم شـیر، تیـل وغیـره، بـا قیمـت آن‌هـا.

۳- اجورهٔ کار گران با روزهای کار آن‌ها.

۴- تعداد اشخاص با مقدار خوراک شان.

۵- مقدار تکه با تعداد جوره‌های لباسی که از آن تهیه می‌شود.

۶- مقدار حجم اشیا با وزن شان، به گونهٔ مستقیم متناسب شده می‌تواند.

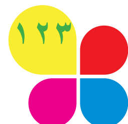
حال بگویید که تناسب معکوس چی نوع یک تناسب است؟

دوم: هـرگاه مقـدار اول زیـاد گـردد و مقـدار دومـی کـم شـود و یـا اگـر مقـدار اول کـم شـود مقـدار دومـی زیـاد شـود، ایـن قسـم تناسـب را تناسـب معکـوس گوینـد. مقدارهـا بـه شـکل معکـوس بـا یکدیگـر متناسـب انـد.

طـور مثـال : اگـر ۱۲ نفـر یـک کار را در (۸) روز تمـام کننـد. ۶ نفـر آن را در ۱۶ روز تمـام خواهنـد کـرد و ۴ نفـر آن را در ۲۴ روز تمـام خواهنـد کـرد.

بـه همیـن قسـم اگـر شـخصی یـک کار را در ۴ روز تمـام کنـد، ۲ نفـر آن را در ۲ روز و ۴ نفـر آن را در یـک روز تمـام خواهنـد کـرد.

در ایـن مثال‌هـا دیـده می‌شـود کـه اگـر تعـداد نفرهـا کـم شـوند بـه روزهـای زیـاد ضـرورت اسـت و همچنـان اگـر تعـداد نفرهـا زیـاد شـود بـه روزهـای کـم ضـرورت پیـدا می‌شـود، کـه مثال‌هـای فـوق، مثال‌هایـی از تناسـب معکـوس می‌باشـند.



مثال‌های تناسب

مثال اول: قیمت ۲۵ کیلوگرام کشمش ۲۵۰۰ افغانی است. قیمت ۱۲۴ کیلوگرام آن چند افغانی می‌شود؟

حل

$$\frac{۲۵۰۰}{?} = \frac{\text{۲۵ کیلوگرام کشمش}}{\text{۱۲۴ کیلوگرام کشمش}}$$

$$\text{۱۲۴۰۰ افغانی} = \frac{\cancel{۲۵۰۰}^{\cancel{۵۰۰}\,۱۰۰} \times ۱۲۴}{\cancel{۲۵}_{\cancel{۵}\,۱}} = \text{حد چهارم}$$

مثال دوم: قیمت ۲,۵متر تکه ۱۹۵ افغانی است. قیمت ۱,۷متر تکه را پیدا کنید.

حل

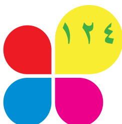
$$\frac{۱۹۵}{?} = \frac{۲,۵}{۱,۷}$$

$$\text{۱۳۲,۶افغانی} = \frac{۳۳۱۵}{۲۵} = \frac{۱۹۵ \times ۱,۷}{۲,۵} = \text{حد چهارم}$$

مثال سوم: احمد یک کار را در ۱۲ روز و محمود آن را در ۱۸ روز انجام می‌دهد.

اگر هر دوی آن‌ها یکجا کار کنند کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

حل: اول باید کار یک روزهٔ هر یک را معلوم کنیم، احمد در یک روز $\frac{۱}{۱۲}$ حصهٔ کل کار = کار یک روزهٔ احمد



$\frac{۱}{۱۸}$ حصهٔ کل کار = کار یک روزهٔ محمود

هر دوی شان در یک روز:

کار مجموعی هر دو در یک روز = $\frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۸} = \frac{۳}{۳۶} + \frac{۲}{۳۶} = \frac{۵}{۳۶}$

مدت انجام تمام کار توسط احمد و محمود = $\frac{۳۶}{۵} = ۷,۲$ روز

مثال چهارم: چهار کارگر یک عمارت را در مدت ۵ روز اعمار می‌کنند، هرگاه بخواهیم عمارت مذکور در مدت ۲ روز اعمار شود به چند کارگر ضرورت است؟

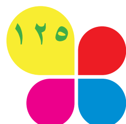
حل:

روز	کارگر
۵	**۴**
۲	؟

چون تناسب معکوس است، برای حل آن یکی از نسبت‌ها را معکوس می‌سازیم.

$\frac{۵}{۲} = \frac{؟}{۴}$ ،

حد سوم = $\frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$ به ده کارگر ضرورت است





فعالیت‌ها

در جدول زیر محیط یک مربع با ضلع‌های متفاوت داده شده است. جدول را تکمیل کرده به سؤال‌های مربوط جواب دهید.

۱,۵			۵		۳	اندازهٔ ضلع به متر
	۱۰	۸۰		۳۶	۱۲	محیط به متر

نسبت‌های $\frac{\text{ضلع مربع}}{\text{محیط مربع}}$ در جدول فوق ثابت و مساوی به $\frac{۱}{۴}$ است،

آیا در نسبت‌های $\frac{\text{محیط مربع}}{\text{ضلع مربع}}$ فرقی به مشاهده می‌رسد یا خیر؟

آیا نسبت محیط مربع بر ضلع آن یک عدد ثابت است؟



کارخانه‌گی

یک نفر یک کار را در ۴ روز انجام می‌دهد و نفر دیگر آن را در ۶ روز انجام می‌دهد. اگر هر دوی آن‌ها یکجا کار کنند کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

سؤال‌ها

۱- سه حد اول یک تناسب $\frac{۱}{۸}$ ۷، ۵ و $\frac{۱}{۱۱}$ ۹ است، حد چهارم آن چند است؟

۲- سه حد اول، دوم و چهارم یک تناسب به ترتیب $\frac{۵}{۷}$، $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۲}{۳}$ است. حد سوم آن را معلوم کنید.

۳- الف) در یک کار خانهٔ شیرینی‌پزی برای تهیهٔ کیک ۳ کیلوگرام آرد، ۲ کیلوگرام بوره ضرورت است. برای تهیه ۴۵ کیلوگرام کیک به چند کیلوگرام آرد و به چند کیلوگرام بوره ضرورت است؟

ب) برای تهیهٔ این نوع کیک به ۳ کیلوگرام آرد و ۵ دانه تخم مرغ نیز ضرورت می‌باشد، به ۴۵ کیلوگرام آرد چند دانه تخم مرغ ضرورت خواهد بود؟

۴- کتلهٔ یک کرهٔ فولادی که حجم آن ۶ سانتی‌متر مکعب است ۴۶٫۸ گرام می‌باشد کتلهٔ کرهٔ دیگری را که از عین فولاد ساخته شده است ، در صورتی که حجم آن ۲٫۵ سانتی‌متر مکعب باشد معلوم کنید.

۵- از ۲۰ کیلوگرام آلوبالو ۱۶ کیلوگرام آب آلوبالو حاصل می‌شود. از ۴۵ کیلوگرام آلوبالو چند کیلوگرام آب آلوبالو حاصل خواهد شد ؟

۶- یک نسبت، مساوی $\frac{۵}{۸}$ را پیدا کنید که مجموع دو حد آن (۱۱۷) باشد.

۷- یک نسبت، مساوی با $\frac{۵}{۸}$ را پیدا کنید که اختلاف یا تفاوت

دو حد آن ۱۵ باشد.

۸ مزد ۱۶ نفر مزدورکار ۲۴۰۰ افغانی است. مزد ۱۲ نفر را معلوم کنید.

۹- از ۳۰۰ کیلوگرام آرد ۳۶۰ کیلوگرام نان پخته به دست می‌آید. برای پخت ۲۳۰ کیلوگرام نان چند کیلوگرام آرد ضرورت است؟

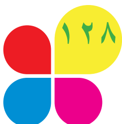
۱۰- ۵ متر تکه ۱۱۵۰ افغانی قیمت دارد، قیمت ۲۷متر آن را معلوم کنید.

۱۱- کارگری در ۸ روز (۳۲۰۰) افغانی مزد گرفته است. اگر کارگر مذکور ۱۱ روز کار کند چند افغانی مزد می‌گیرد؟

۱۲- یک نل. حوضی را در ۴۰ ساعت و نل دیگر آن را در (۶۰) ساعت پر می‌کند. اگر هر دو نل یکجا شوند، حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

۱۳- قیمت $\frac{۳}{۴}$ حصهٔ یک باغچه (۱۸۰۰۰۰) افغانی است. قیمت $\frac{۲}{۳}$ حصهٔ باغچهٔ مذکور چند افغانی می‌شود؟

۱۴- دو کارگر یک کار را در مدت ۱۲ روز انجام می‌دهند، معلوم کنید که ۸ نفر کارگر، همان کار را در چند روز انجام خواهند داد؟



فیصد

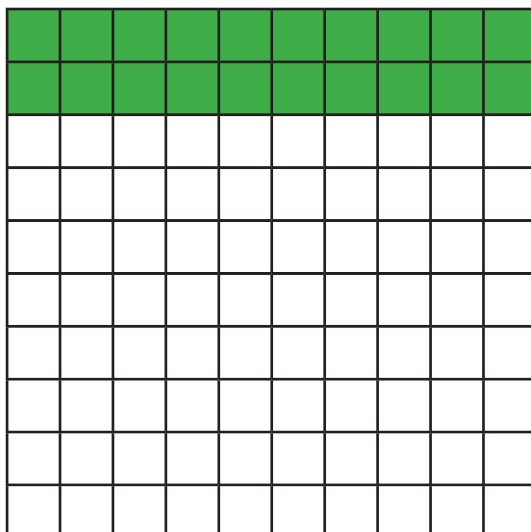
- کی می‌تواند بگوید، ۱۰ فیصد ۱۰۰ افغانی چند افغانی می‌شود ؟

در اکثر معاملات روزمره جهت سهولت کار حسابی، به خصوص در تجارت برای معلوم کردن نفع، ضرر، مصارف، افزایش و کاهش سرمایهٔ بانک‌ها و احصائیه، مقایسهٔ نسبت اعداد، فیصد مورد استفاده قرار می گیرد.

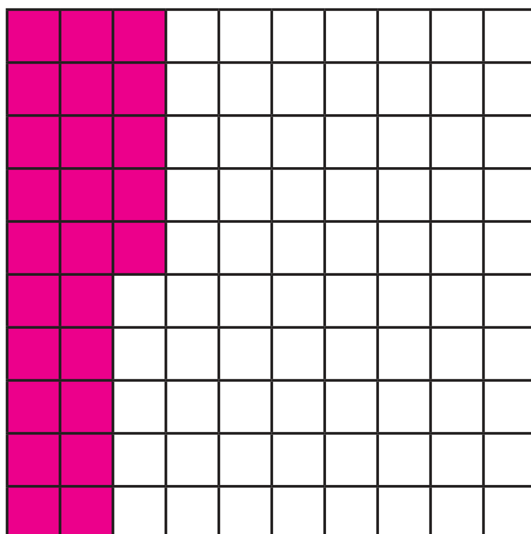
فیصد درحقیقت یک صدم حصهٔ یک عدد است که از یک قسمت کل شی نماینده‌گی می کند. فیصد عبارت از یک نسبت است که حد اول آن مقایسه به صد می‌شود، یا فیصد در حقیقت یک کسری است که مخرجش ۱۰۰ باشد. فیصد توسط علامت (٪) نمایش داده می‌شود، به طور مثال: اگر مطلب ما سه فیصد باشد، این طور نوشته می‌شود (۳٪) یا پنج فیصد (٪ ۵) و یا اگر گفته شود که دو فیصد فایدهٔ سالانهٔ تاجران به مالیات بر عایدات داده می‌شود، مقصد آن این است که هر تاجر از هر صد افغانی(۲) افغانی را مالیات می‌پردازد. به همین ترتیب اگر گفته شود (۱۰) فیصد کرایهٔ خانه حق مالیه است، پس دقیق می‌دانیم که در هر صد افغانی (۱۰) افغانی را مالیه می‌پردازیم.

حال می‌خواهیم رابطهٔ فیصد و کسر را در شکل‌هایی که هر کدام به صد حصهٔ مساوی تقسیم شده اند ارائه و نمایش دهیم:

شکل الف



شکل ب



در شکل «الف» دیده می‌شود که از صد حصه ۲۰ حصهٔ آن سیاه شده است. یعنی تعداد حصه‌های سیاه شده در شکل «الف» ٪ ۲۰ (بیست در صد) و کسر مربوط آن عبارت از : $۰,۲ = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰٪$ است.

یا: $۰,۲ = \frac{۱}{۵} = ۲۰٪$

همچنان در شکل «ب» نیز دیده می‌شود که از صد حصه، ۲۵حصهٔ آن سیاه شده است. یعنی تعداد حصه‌های سیاه شده در شکل ٪ ۲۵ یا ۲۵ در صد است و کسر مربوط آن عبارت از $۰,۲۵ = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵٪$ می‌باشد.

حال مثال‌هایی را در نظر می گیریم تا بدانیم چطور می‌توان مقدارهای فیصدی، یا مقدار اصلی و غیره را دریافت کرد؟

فیصد به طریقهٔ تناسب

مثـــال ۱: در یـک نانوایـی بـرای تهیـهٔ هـر ۱۰ کیلوگـرام خمیـر، ۶ کیلوگـرام آرد لازم اسـت. بـرای تهیـهٔ ۱۰۰ کیلوگـرام خمیـر چنـد کیلوگـرام آرد ضـرورت اسـت؟ ارتبـاط کمیت‌هـا را در یـک جـدول چنیـن برقـرار می‌سـازیم:

کیلو گرام آرد	٦	٦٠
کیلو گرام خمیر	١٠	١٠٠

به کمک جدول تناسب می‌بینیم که در ۱۰۰ کیلوگرام خمیر ۶۰ کیلوگرام آرد ضرورت است و معمولاً می گوییم ۶۰ در صد خمیر آرد است. ۶۰ در صد چنین نوشته می‌شود. ٪ ۶۰

مثال ۲ : برای تهیهٔ هر ۵ کیلوگرام از یک نوع نخ، ۲ کیلوگرام پشم به کار رفته است، معلوم کنید که چند فیصد این نخ پشم است.
حل این مثال را به کمک جدول تناسب چنین دریافت کرده می‌توانیم.

$$\frac{\text{حد سوم}}{۱۰۰} = \frac{۲}{۵} \quad ، \quad \frac{?}{۱۰۰} = \frac{۲}{۵}$$

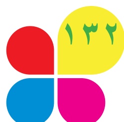
$$\text{حدسوم} = \frac{۲ \times ۱۰۰}{۵} = ۴۰$$

پشم	۲	۴۰
نخ	۵	۱۰۰

دیده می‌شود که برای ۱۰۰ کیلوگرام نخ، ۴۰ کیلوگرام پشم ضرورت است. یعنی ٪۴۰ این نخ پشم است.

از حل مثال‌های فوق معلوم می‌شود که حساب فیصدی دارای چهار حد است؛ طوری که اگر یک حد آن نامعلوم باشد با استفاده از خاصیت تناسب، از روی سه حد معلوم می‌توانیم آن را پیدا کنیم.

مثال اول: شخصی در سرمایهٔ ۶۰۰۰ افغانی ۶۰۰ افغانی مفاد کرده است. فیصدی مفاد آن چند است؟



حل:

مقدار پول	مقدار مفاد
۶۰۰۰ افغانی	۶۰۰ افغانی
۱۰۰ افغانی	؟ افغانی

$$\frac{۶۰۰۰}{۱۰۰} = \frac{۶۰۰}{؟}$$

$$\text{حد دوم} = \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۶۰۰}} \times \cancel{۱۰۰}}{\underset{۱}{\cancel{۶۰۰۰}}} = ۱۰\ \%\ \text{افغانی}$$

مثال دوم: اگر از ۲۰۰۰ کیلوگرام آب دریا ۶۰۰ کیلوگرام نمک به دست آید، فیصدی نمک مذکور را معلوم کنید.

حل:

مقدار آب	مقدار نمک
۲۰۰۰	۶۰۰
۱۰۰	؟

$$\frac{۲۰۰}{۱۰۰} = \frac{۶۰۰}{\text{حد دوم}}$$

$$\text{حد دوم} = \frac{\overset{۳۰}{\cancel{۶۰۰}} \times \cancel{۱۰۰}}{\underset{۱}{\cancel{۲۰۰۰}}} = ۳۰\ \%$$

پس برای معلوم کردن فیصدی مقدار مربوط، حاصل ضرب مقدار مربوط در (۱۰۰) را بر مقدار اصلی تقسیم می کنیم.

۱- **یاد داشت:** مقصد از مقدار مربوط، کمیتی است که به کمیت اصلی ارتباط می‌داشته باشد.

مثال سوم: مقدار لبلبویی را به دست آورید که از قرار ٪ ۴۵، مقدار ۸۰۰ کیلوگرام قند از آن حاصل می‌شود.

لبلبو	قند
۱۰۰	۴۵
؟	۸۰۰

$$\text{حد دوم} = \frac{\cancel{800}^{160} \times 100}{\cancel{45}_{9}} = \frac{160 \times 100}{9} = 1777,\overline{7}$$

از اینجا نتیجه گرفته می‌شود که اگر فیصدی مربوط معلوم باشد، برای به دست آوردن مقدار اصلی، مقدار مربوط را ضرب (۱۰۰) نموده بالای فیصدی داده شده تقسیم می‌کنیم.

مثال چهارم: ۶۰۰ لیتر شربت ٪ ۱۵ داریم می‌خواهیم مقدار شربت خالص را معلوم کنیم.

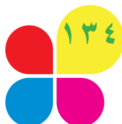
حل:

شربت	شربت خالص
۱۰۰	۱۵
۶۰۰	?

$$\frac{15}{\text{حد چهارم}} = \frac{100}{600}$$

$$\text{حدچهارم} = \frac{600 \times 15}{\cancel{100}} = 6 \times 15 = \text{۹۰ لیتر شربت خالص}$$

پس اگر فیصدی مقدار اصلی معلوم باشد و بخواهیم مقدار مربوط آن را معلوم کنیم ضرورت است که مقدار فیصدی را ضرب مقدار اصلی نموده تقسیم (۱۰۰) کنیم.





فعالیت‌ها

شاگردان شکل‌هایی را رسم کنند که در آن ٪ ۷۰، ٪ ۲ و هم $\frac{۷۵}{۱۰۰}$ را نشان دهند.



کارخانه گی

محصول گمرگی یک جنس از قرار ۱۰ فیصد ۵۰ افغانی است، قیمت جنس را معلوم کنید.

سؤال‌ها

۱- فیصدی‌های زیر را به شکل کسر عام بنویسید:

٪ ۹۶ ، ٪ ۸۵ ، ٪ ۶۰ ، ٪ ۱۲ ، ٪ ۵ ، ٪ ۲۵ ، ٪ ۳۱ ، ٪۴۵

۲- شخصی با سرمایهٔ ۲۶۰۰۰ افغانی، ۸۰۰۰ افغانی فایده کرد. فیصدی فایدهٔ او را معلوم کنید.

۳- در ۶۰ لیتر شیر ۴۰ لیتر آب مخلوط است، مقدار فیصدی شیر خالص را پیدا کنید.

۴- اگر از ۵۰ کیلوگرام شیر $۴\frac{۷۵}{۱۰۰}$ کیلوگرام روغن به دست آید، معلوم کنید که از ۱۰۰ کیلوگرام شیر چقدر روغن به دست می‌آید؟

۵. نفع یک سر مایه از قرار ٪۶۰، ۵۶۰ افغانی می‌شود. سر مایهٔ

اصلـی را پیـدا کنیـد.

۶- از یـک مقـدار بـادام ۶۵۰ کیلو گـرام روغـن بـه دسـت آمـده اسـت. اگـر بـادام ٪ ۳۰ روغـن داشـته باشـد مقـدار بـادام را معلـوم کنیـد.

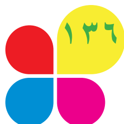
۷- در یـک امتحـان ۲۵۰۰ شـاگرد شـامل شـده اسـت. اگـر از جملـهٔ آن‌هـا ۲۰۰۰ شـاگرد کامیـاب شـده باشـد، فیصـدی شـاگردان کامیـاب شـده را معلـوم کنیـد.

۸- شـخصی یـک موتـر را خریـد و محصـول گمرکـی آن را ۸۵۰۰۰ افغانـی تحویـل نمـود. اگـر محصـول گمرکـی آن ٪ ۶۲ قیمـت اصلـی را تشـکیل دهـد، قیمـت اصلـی موتـر مذکـور را معلـوم کنیـد.

۹- ۶۵ کیلو گـرام نشایسـته از یـک مقـدار برنـج بـه دسـت می‌آیـد. اگـر برنـج ٪ ۸۵ نشایسـته داشـته باشـد، مقـدار برنـج را معلـوم کنیـد.

۱۰- یـک وزارت معـاش مـا موریـن خـود را ٪ ۴۱ زیـاد کـرده اسـت. اگـر معـاش سـابقهٔ یـک مامـور ۳۵۰۰ افغانـی باشـد، معـاش فعلـی او چنـد افغانـی اسـت؟

۱۱- در نتیجهٔ امتحـان کانکور سـال ۱۳۸۴، ازجملهٔ ۴۵۰۰۰ فارغ‌التحصیل صنـوف ۱۲ بـه تعـداد ۱۵۰۰۰ نفـر بـه تحصیـلات عالـی راه پیـدا کردنـد؛ لیکـن در نتیجـهٔ امتحـان کانکـور سـال ۱۳۸۵ از جملـهٔ ۶۰۰۰۰ فـارغ التحصیـل بـه تعـداد ۱۸۰۰۰ نفـر آن بـه تحصیـلات عالـی راه یافتنـد. معلـوم نماییـد در امتحـان کانکـور کـدام سـال فیصـدی کامیاب‌هـا بیشـتر می‌باشـد؟





واحدهای اندازه‌گیری در سیستم متریک

واحد طول در سیستم متریک چیست؟

- کی اجزای متر را نام گرفته می‌تواند؟
- کی می‌تواند اضعاف متر را روی تخته بنویسد؟

۱ – واحد طول

اکثر ممالک جهان برای واحدات اندازه‌گیری، سیستم متریک را استعمال می‌کنند.

واحد اندازه‌گیری طول در سیستم متریک متر است و آن عبارت از $\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰۰}$ حصهٔ نصف النهار کرهٔ زمین است. متر دارای اجزاء و اضعاف به قرار زیر است:

اجزای متر: واحدهای طول که نظربه متر کوچکتر اند به نام اجزای متر یاد می‌شوند.

دیسی‌متر، سانتی‌متر، ملی‌متر

۱متر= ۱۰دیسی‌متر

این تصویر یک مار است که تقریباً یک متر طول دارد.



۱متر = ۱۰۰ سانتی‌متر

کرم زمینی که تقریباً یک دیسی‌متر طول دارد.



۱متر= ۱۰۰۰ ملی‌متر

این مورچه تقریبا یک سانتی‌متر طول دارد.



۱دیسی‌متر = ۱۰ سانتی‌متر

این خال تقریباً یک ملی‌متر طول دارد.



۱سانتی‌متر = ۱۰ ملی‌متر

اضعاف متر: واحدهای طول که نظر به متر بزرگتر اند به نام اضعاف متر یاد می‌شوند.

۱ کیلومتر = ۱۰۰۰ متر

۱هکتومتر = ۱۰۰ متر

۱دیکامتر = ۱۰ متر

۱ کیلومتر = ۱۰ هکتومتر

۱هکتومتر = ۱۰ دیکامتر

باید گفت که اجزا و اضعاف متر ۱۰، ۱۰ برابر ترقی و تنزل دارند.



فعالیت‌ها

جدول زیر را تکمیل کنید.

جنس	طول اشیا طور تخمین	طول دقیق اجناس توسط اندازه‌گیری
طول کتاب به دیسی‌متر		
طول میز به سانتی‌متر		
طول پنسل پاک به ملی‌متر		
طول صنف به متر		

بگویید که از این درس چه نتیجه گرفتید؟

متر دراز است یا دیسی‌متر؟

دیسی‌متر دراز است یا سانتی‌متر؟

ملی‌متر دراز است و یا سانتی‌متر؟

اگر واحدهای بزرگتر را به واحدهای کوچکتر تبدیل کنیم از عملیهٔ ضرب استفاده می‌کنیم و اگر واحدهای کوچکتر به بزرگتر تبدیل شوند، از عملیهٔ تقسیم کار می‌گیریم.

مثال اول: تبدیل واحد بزرگتر به واحد کوچکتر؟

? سانتی‌متر = ۳ متر

چون ۱۰۰ سانتی‌متر = ۱ متراست.

یعنی

۱ متر	۱ متر	۱ متر
۱۰۰ سانتی‌متر	۱۰۰ سانتی‌متر	۱۰۰ سانتی‌متر

پس ۳۰۰ سانتی‌متر = ۱۰۰ سانتی‌متر × ۳

مثال دوم: تبدیل واحد کوچکتر به واحد بزرگتر:

? سانتی‌متر = ۵۰ ملی‌متر



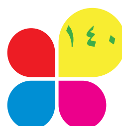
چون ۱۰ ملی‌متر = ۱سانتی‌متراست

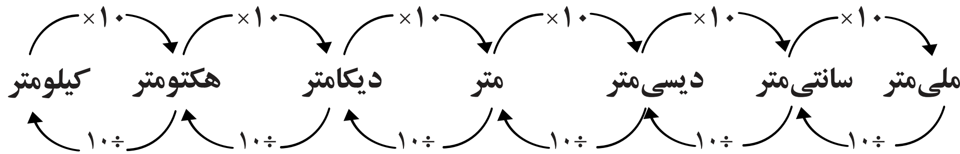
۱۰ملی‌متر	۱۰ملی‌متر	۱۰ملی‌متر	۱۰ملی‌متر	۱۰ ملی‌متر
۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر

پس : ۵ = ۱۰ ÷ ۵۰

۵سانتی‌متر = ۵۰ ملی‌متر

چارت تبدیل واحدهای بزرگ را به واحدهای کوچک و همچنان واحدهای کوچک را به واحدهای بزرگ نمایش می‌دهد.





سؤال‌ها

۱- به متر تبدیل کنید.

۱۲۵ سانتی‌متر

۴۲۵ دیکامتر

۴۵۰۰ ملی‌متر

۲- به سانتی‌متر تبدیل کنید.

۲۵۰ دیسی‌متر

۴ هکتومتر

۷۸۰۰ کیلومتر

۹۰۰۰ ملی‌متر

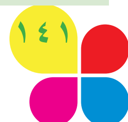
۳- غرض تنویر یک تونل که درازی آن ۲۰۰ متر است، علاوه بر این‌که در هر ۲۰ متر یک گروپ نصب شود، در شروع و ختم آن نیز یک یک گروپ نصب می‌شود، تعداد گروپ‌های مورد ضرورت را معلوم کنید.



کارخانه‌گی

۱- ۳۲۰۰ ملی‌متر را به دیسی‌متر تبدیل کنید.

۲- ۱۸۷۰ متر را به سانتی‌متر و دیسی‌متر تبدیل کنید.



۲ – واحد کتله

- کتله چیست ؟
- برای اندازه گیری آن کدام واحد به کار می‌رود ؟

قبل از این که واحد کتله را بشناسیم لازم است تا نخست خود کتله معرفی شود.

تمام ذراتی که جسم یک شی را تشکیل می‌دهد به نام کتلهٔ همان شی یاد می‌شود. واحد کتله در سیستم متریک کیلو گرام و گرام می‌باشد. به طور معمول کتلهٔ اشیا را به همین دو واحد کتله پیمایش می‌نمایند.

کتلهٔ این انگور کشمشی تقریباً یک گرام است.



کتله یک قاش خربوزه تقریباً یک کیلو گرام است.

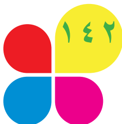


حالا بگویید که یک گرام یک خربوزه زیاد است یا یک کیلو گرام آن؟

اجزای گرام

دیسی گرام، سانتی گرام و ملی گرام.

۱۰دیسی گرام = ۱ گرام
۱۰۰سانتی گرام = ۱ گرام
۱۰۰۰ ملی گرام = ۱ گرام



اضعاف گرام

دیکاگرام، هکتوگرام و کیلوگرام.

۱۰۰۰ گرام = ۱کیلوگرام

۱۰۰ گرام = ۱ هکتوگرام

۱۰ گرام = ۱ دیکاگرام

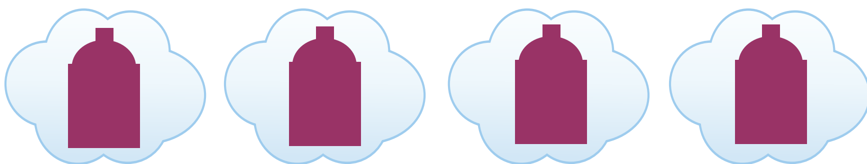
اجـزاء و اضعـاف واحـد کتلـه نیـز ۱۰، ۱۰ برابـر ترقـی و تنـزل دارنـد. اگـر واحدهـای بزرگتـر را بـه واحدهـای کوچکتـر تبدیـل نماییـم، ماننـد واحدهـای طـول ضـرب می‌کنیـم و اگـر واحدهـای کوچکتـر را بـه واحدهـای بزرگتـر تبدیـل کنیـم از عملیـهٔ تقسـیم کار می‌گیریـم:

مثـال اول: می‌خواهیـم واحـد کوچکتـر را بـه واحـد بزرگتـر تبدیـل کنیـم.

? کیلوگرام = ۴۰۰۰ گرام

چون ۱کیلوگرام = ۱۰۰۰ گرام است.

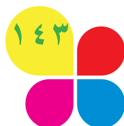
یعنی:



۱۰۰۰گرام	۱۰۰۰گرام	۱۰۰۰گرام	۱۰۰۰گرام
۱کیلوگرام	۱کیلوگرام	۱کیلوگرام	۱کیلوگرام

پس: ۴ = ۱۰۰۰ ÷ ۴۰۰۰

یا ۴کیلوگرام = ۴۰۰۰ گرام

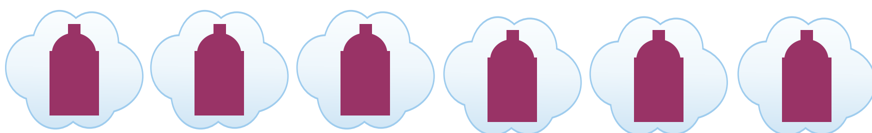


مثال دوم: می‌خواهیم واحد بزرگتر را به واحد کوچکتر تبدیل کنیم.

? گرام = ۶ دیکاگرام

چون ۱۰ گرام = ۱ دیکاگرام

یعنی:

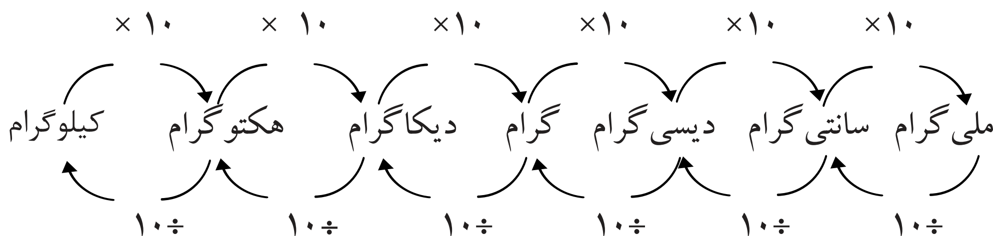


۱۰گرام ۱۰گرام ۱۰گرام ۱۰گرام ۱۰گرام ۱۰گرام

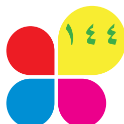
یا: ۶۰ = ۱۰ × ۶

پس: ۶۰گرام = ۶ دیکاگرام

چارت زیر تبدیل واحدهای بزرگتر کتله را به کوچکتر آن و برعکس واحدهای کوچکتر کتله را به بزرگتر آن نمایش می‌دهد:



۱-**یاد داشت:** در سیستم متریک برای اندازه‌گیری اشیای بزرگ (تُن) را استعمال می‌کنند طوری‌که یک تن مساوی به (۱۰۰۰) کیلوگرام می‌شود.





فعالیت‌ها

نخست کتلهٔ اشیای داده شده را تخمین؛ سپس توسط ترازو اندازه و جدول زیر را خانه‌پری نمایید.

کتلهٔ دقیق توسط اندازه‌گیری با ترازو	کتلهٔ تخمینی توسط حدس زدن	اشیا

کدام یک از اشیای فوق کمترین کتله را دارد و کدام یک کتلهٔ زیادتر از یک کیلوگرام را دارد؟ آیاحدس و تخمین شما با اندازه‌گیری شما عین چیز است یا فرق دارد؟

مشق و تمرین

۱- ۵۶کیلوگرام را به گرام تبدیل کنید.

۲- ۵۳۰۰۰ گرام چند کیلوگرام می‌شود؟

۳- ۴۵۰۰ دیکاگرام چند هکتوگرام می‌شود؟

۴- ۷۵ کیلو گرام چند دیکاگرام می‌شود؟



کارخانه‌گی

کتلهٔ یک دانه سیب ۰,۲۵کیلوگرام و کتلهٔ یک قاش خربوزه ۲,۵ کیلوگرام است. کتلهٔ مجموعی هردو، چند کیلوگرام می‌شود؟

– واحد زمان (وقت)

- توسط ساعت چه را اندازه می کنیم؟
- یک ساعت چند دقیقه است ؟
- یک دقیقه چند ثانیه است ؟

در تمام دنیا برای پیمایش زمان یا وقت ساعت و ثانیه را به کار می‌برند؛ طوری که: ۶۰ دقیقه = ۱ساعت

۶۰ثانیه = ۱ دقیقه

۳۶۰۰ثانیه = ۶۰ × ۶۰ ثانیه = ۱ ساعت

شبانه روز، هفته، ماه، سال و قرن واحدهای بزرگتر از ساعت (اضعاف زمان) می‌باشند.

۲۴ ساعت	=	یک شبانه روز	۵۲ هفته تقریباً	=	یک سال
۷ شبانه روز	=	یک هفته	۳۶۵ روز و ۶ ساعت	=	یک سال عادی
۳۰ شبانه روز	=	یک ماه	۳۶۶ روز	=	یک سال کبیسه
۴ هفته (تقریبا)	=	یک ماه	۱۰۰سال	=	یک قرن

در تبدیل واحدهای بزرگ زمان به واحدهای کوچک آن، از عملیهٔ ضرب و برعکس برای تبدیل واحدهای کوچک زمان به واحدهای بزرگ آن از عملیهٔ تقسیم کار گرفته می‌شود.

به خاطر باید داشت که واحدهای طول(متر)، کتله(کیلوگرام) و زمان(ثانیه) واحدهای اساسی در سیستم متریک اند.



فعالیت‌ها

۱- بـه یـک ساعت بنـد دسـت و یـا سـاعت سـرمیزی بـه مـدت یـک دقیقـه ببینیـد. عقربـۀ ثانیـه گـرد دورادور صفحـۀ سـاعت را در هـر دقیقـه یکـدور میزنـد.

۲- بایـک رفیـق خـود طـور مشـترک کار نماییـد بـدون ایـن کـه بـه سـاعت خـود ببینیـد و قتی کـه یـک دقیقـه را در بـر مـی گیـرد حـدس بزنیـد ورفیـق تـان را بگوییـد کـه بـه سـاعت ببینـد و ختـم یـک دقیقـه را بیـان کنـد.

۳- آیا حدس و تخمین یک دقیقۀ شما نزدیک به حقیقت بود؟

۴- بـا رفیـق تـان یـک لسـت بسـازید و کارهایـی را کـه در یـک ثانیـه، یـک دقیقـه و یـک سـاعت انجام داده می‌توانیـد لسـت کنیـد.



کارخانه‌گی

۱- یک هفته چند ساعت می‌شود ؟

۲- ۱۲۰۰ ثانیه چند دقیقه می‌شود ؟

سـؤال‌ها: ۱- ازعلایـم > و < علامـۀ مناسـب را در هـر یـک از خانه‌هـای خالـی زیـر اسـتعمال کنید.

۲دقیقه ☐ ۱۲۵ثانیه ، ۲سال ☐ ۲۳ ماه ، ۳ماه ☐ ۱۵ هفته

۳۶۵۲هفته ☐ ۱قرن ، ۵۲هفته ☐ ۳۶۰ روز ، ۶۵ثانیه ☐ ۱دقیقه

۲- فریـد دوسـت‌های خـود را بـرای برگـزاری جشـن فـارغ التحصیلـی خویـش دعـوت کـرد. پـدرش برای کمـرۀ عکـس بـرداری دو جـوره بتـری خریـد کـه (۷۲۶۰) ثانیـه دوام کـرد. معلـوم کنیـد کـه دوام بتری‌هـا چنـد سـاعت را در بـر گرفتـه اسـت؟

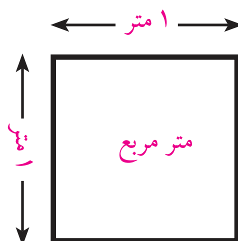
۳- شـریف (۱۳) سـال دارد کـه از جملـه (۳) سـال آن کبیسـه اسـت. سـن شـریف را از نـگاه روز سـنجش نماییـد.

واحد سطح

- برای اندازه کردن یک سطح به چی چیز ضرورت است؟
- واحد اندازه‌گیری سطح چیست؟

واحد اندازه‌گیری سطح در سیستم متریک متر مربع می‌باشد و متر مربع عبارت از مربعی است که طول هر ضلع آن یک متر باشد. واحدهای بزرگتر برای اندازه گیری سطح، دیکامتر مربع، هکتومتر مربع و کیلومتر مربع می‌باشد که صد، صد، چند ترقی و تنزل دارند، طوری که:

۱کیلومتر مربع = ۱۰۰هکتومتر مربع
۱هکتومتر مربع = ۱۰۰دیکامتر مربع
۱دیکامتر مربع = ۱۰۰ متر مربع



برای اندازه‌گیری و پیمایش سطح واحدهای کوچکتر، دیسی‌متر مربع، سانتی‌مترمربع و ملی‌متر مربع به کار می‌روند، طوری که:

۱متر مربع = ۱۰۰دیسی‌مترمربع
۱دیسی‌متر مربع= ۱۰۰سانتی‌مترمربع
۱سانتی‌متر مربع = ۱۰۰ملی‌مترمربع

برای تبدیل واحدهای بزرگتر سطح به واحدهای کوچکتر، واحد بزرگتر را ضرب عدد (۱۰۰) می‌نماییم. هر گاه خواسته باشیم یک واحد کوچکتر سطح را به واحد بزرگتر آن تبدیل نماییم از عملیهٔ تقسیم کارمی گیریم.

طورمثال: اگر بخواهیم ۲متر مربع را به دیسی‌متر مربع تبدیل کنیم، چنین عمل می کنیم: ۲۰۰ دیسی‌مترمربع = ۱۰۰ دیسی‌متر مربع × ۲ = ۲ مترمربع

طورمثال: می خواهیم ۲۵۰۰سانتی‌متر مربع را به دیسی‌متر مربع طور زیر تبدیل کنیم:

۲۵ دیسی‌مترمربع=$\frac{۲۵\cancel{۰۰}}{۱\cancel{۰۰}}$= ۱۰۰دیسی‌متر مربع ÷ ۲۵۰۰ = ۲۵۰۰ سانتی‌متر مربع



فعالیت‌ها

- یک دیسی‌متر مربع واحد سطح را با استفاده از خط کش ترسیم نما یید.
- آن را توسط قیچی قطع کنید و ببینید که در آن چند واحد کوچکتر سانتی‌متر مربع جا دارد؟

سؤال‌ها

۱- ۱۵هکتومتر مربع را به دیکامتر مربع تبدیل کنید.

۲- ۶۰۰۰ متر مربع را به دیکامتر مربع تبدیل کنید.



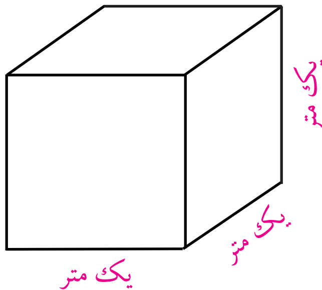
کارخانه گی

۳۶۰۰۰ ملی‌متر مربع چند سانتی‌متر مربع می‌شود؟

واحد حجم:

- واحد اندازه‌گیری حجم چیست؟
- برای اندازه کردن حجم یک جسم به چه چیزها نیاز است؟

در سیستم متریک برای پیمایش حجم اشیا، مترمکعب را انتخاب نموده اند و آن عبارت از مکعبی است که طول، عرض و ضخامت (بلندی) آن یک متر باشد.



واحدهای بزرگتر اندازه‌گیری حجم، دیکامتر مکعب، هکتومتر مکعب و کیلومتر مکعب می‌باشند. برای پیمایش حجم واحدهای کوچکتر عبارت از دیسی‌متر مکعب، سانتی‌متر مکعب و ملی‌متر مکعب استفاده می‌شود که این واحدها ۱۰۰۰، ۱۰۰۰ چند ترقی و تنزل دارند طوری که:

۱کیلومتر مکعب = ۱۰۰۰ هکتومتر مکعب

۱هکتومتر مکعب = ۱۰۰۰ دیکامتر مکعب

۱دیکامتر مکعب = ۱۰۰۰ متر مکعب

۱متر مکعب = ۱۰۰۰ دیسی‌متر مکعب

۱دیسی‌مترمکعب = ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب

۱سانتی‌متر مکعب = ۱۰۰۰ ملی‌متر مکعب

برای تبدیل واحد بزرگتر حجم به یک‌درجهٔ کوچکتر آن، واحد

بزرگتر را ضرب (۱۰۰۰) می‌نماییم و برای تبدیل واحد کوچکتر حجم به یک درجهٔ بزرگتر آن، عدد داده شده را تقسیم (۱۰۰۰) می‌نماییم. مثال:

مثال ۱- ☐ ؟ دیسی متر مکعب = ۱۵متر مکعب

۱۵۰۰۰ دیسی‌متر مکعب = ۱۰۰۰ × ۱۵ دیسی‌متر مکعب = ۱۵ متر مکعب

مثال ۲- ☐ ؟ سانتی‌متر مکعب = ۳۲۰۰۰ ملی‌متر مکعب

۳۲سانتی‌متر مکعب = $\frac{۳۲۰۰۰}{۱۰۰۰}$ = ۱۰۰۰ ÷ ۳۲۰۰۰ = ۳۲۰۰۰ ملی‌متر مکعب

مشق و تمرین

۱- ۸۰ کیلومتر مکعب را به هکتومتر مکعب تبدیل کنید.

۲- ۳۲۰۰۰ دیکامتر مکعب را به هکتومتر مکعب تبدیل کنید.

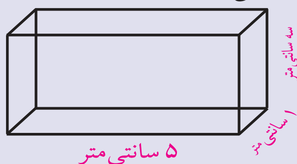


فعالیت‌ها

۱- واحد حجم (سانتی‌مترمکعب) را از قلم‌های تباشیر در صنف بسازید.

۲- حجم مکعب مستطیل زیر را محاسبه نمایید.

۳- حجم حاصل شده را به دیسی‌متر مکعب تبدیل کنید.





کارخانه‌گی

۱- (۱۲) دیسی‌متر مکعب چند سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

۲- ۸۲۰۰۰ سانتی‌متر مکعب را به متر مکعب تبدیل کنید.[1]

*- در صورتی که شاگردان در حل سؤال مذکور مشکل داشته باشند، معلم محترم رهنمایی نماید.

واحد پیمایش مایعات (ظرفیت)

واحد اندازه‌گیری مایعات چیست؟

در سیستم متریک واحد اندازه‌گیری مایعات لیتر و ملی‌لیتر می‌باشند، طوری که:



۱ لیتر = ۱۰۰۰ملی‌لیتر (در حدود چهار گیلاس معمولی چای خوری)

۱ملی‌لیتر = ۰,۰۰۱ لیتر

۱ملی‌لیتر طور تخمین برابر با یک قطره، قطره چکان چشم می‌باشد.



برای تبدیل ملی‌لیتر به لیتر عدد داده شده را تقسیم (۱۰۰۰) می‌کنیم و برای تبدیل لیتر به ملی‌لیتر عدد داده شده را ضرب (۱۰۰۰) می‌نماییم.

مثال ۱: ☐ ? لیتر = ۴۵۰ملی‌لیتر

چون ۱۰۰۰ملی‌لیتر = ۱لیتر است؛ پس:

۴۵۰ ÷ ۱۰۰۰ = ۰,۴۵۰

یعنی؛ ۰,۴۵۰ لیتر = ۴۵۰ ملی‌لیتر

مثال ۲: ? ملی‌لیتر = ۲٫۳ لیتر

چون ۱لیتر = ۱۰۰۰ملی‌لیتر است؛ پس :

۲۳۰۰ ملی‌لیتر = ۱۰۰۰ × ۲٫۳

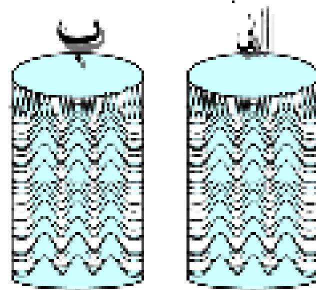
یا ۲۳۰۰ ملی‌لیتر = ۲٫۳لیتر

توضیح دهید که چرا در مثال(۱) از عملیهٔ تقسیم و در مثال (۲) از عملیهٔ ضرب کار گرفته شده است؟

قابل توجه

مقایسه کنید که کدام یک از ظرف‌های زیر مایع بیشتر دارد؟

«الف» یا «ب»



۱۲۴۵ ملی‌لیتر ۱٫۲۴۵لیتر



فعالیت‌ها

چطور اندازه گیری می‌نمایید؟

سه ظرف (یک گیلاس چایخوری،یک کوزه و یک جک آب خوری) را با خود داشته باشید و مطابق جدول زیر، یک جدول

ترتیب دهید. ظرفیت هر یک را به لیتر پیدا و در جدول خانه پری نمایید.

ظرف دارای آب	اندازه گیری تخمینی	اندازه گیری دقیق
گیلاس چای خوری		
کوزۀ آب		
جک آب		

سؤال‌ها: ۱- خانه‌های خالی سؤال‌های زیر را پر نمایید.

? ملی‌لیتر = ۱,۴لیتر، ? لیتر = ۴۱۲ملی‌لیتر، ? ملی‌لیتر = ۴۶۰۰لیتر

? لیتر = ۱۸۵,۶ ملی‌لیتر.

۲- تخمین نمایید که کدام ظرفیت از ظرف‌های زیر نزدیک به حقیقت است؟

یک بیرل تیل: ۱۷ ملی‌لیتر یا ۱۷۰ لیتر ، یک ترموز چای: ۱,۵ لیتر یا ۱۵ لیتر

یک قاشق چایخوری: ۱۰ ملی‌لیتر یا یک لیتر ، یک گیلاس آبخوری: ۲۰۰ملی‌لیتر یا ۲ لیتر



کارخانه‌گی

۱- ۰,۶۵ ملی‌لیتر را به لیتر تبدیل کنید.

۲- ۴,۴۳ لیتر را به ملی‌لیتر تبدیل کنید.



مبحث هندسه

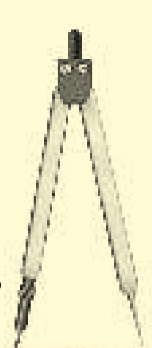
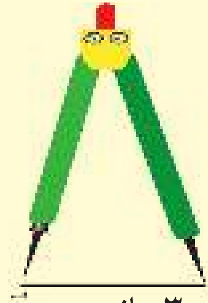
• کی آلات هندسی را که برای ترسیم اشکال هندسی به کار میرود نام می گیرد ؟

آلات هندسی

شاگردان عزیز! آلات هندسی به طور عموم در یک قوطی که به نام بکس هندسی یاد می‌شود، نگه‌داری می‌شوند که شامل خط کش، دیوایدر (دو سوزنه)، پرکار، گونیا و نقاله می‌باشد و برای ترسیم واندازه‌گیری اشکال هندسی به کار می‌روند. چون در مورد خط کش و طرز استفاده از آن معلومات کافی دارید؛ بنابرآن به معرفی باقی آلات هندسی می‌پردازیم:

۱- دیوایدر (دوسوزنه)

این آله دارای دو پایه است که هر کدام پایه‌ها دارای یک سوزن می‌باشد. زاویه بین دو پایهٔ آن توسط یک مفصل که هر دو پایه را در یک نقطه وصل کرده است خورد و کلان می‌شود. شکل (۱)



شکل (۱)

این آلـه بـرای انـدازه کـردن طـول قطعـه خطهـا و تقسـیم قطعـه خطهـا بـه بخشهـای مسـاوی بـه کار میرود.طـور مثـال: اگـر بخواهیـم طـول یـک قطعـه خـط (ا ب) را انـدازه کنیـم، دهـن دو سـوزنه را بـاز کـرده سـوزنهای آن را در دو انجـام الـف و ب قـرار میدهیـم؛ سـپس دو سـوزنه را بـا احتیـاط کامـل کـه زاویـۀ آن خـورد و کلان نشـود بـالای خطکـش درجـه دار قـرار میدهیـم و میبینیـم کـه چنـد سـانتیمتر را نشـان میدهـد. ایـن قیمـت روی خطکـش طـول قطعـه خـط (ا ب)

را به ما میدهد. شکل(۱):

چـون یـک سـوزن بـالای صفـر (۰) خطکـش و سـوزن دیگـر بـالای رقم ۳ خطکـش قـرار دارد، پـس طـول قطعـه خـط (ا ب) ۳ سـانتیمتر میباشـد.

اگـر بخواهیـم یـک قطعـه خـط ۱۵ سـانتیمتر را توسـط دو سـوزنه بـه ۵ حصـۀ مسـاوی تقسـیم کنیـم طـور زیـر عمـل میکنیـم:

۱- عدد ۱۵ را تقسیم ۵ میکنیم. ۳ = ۵ ÷ ۱۵

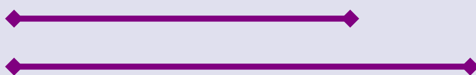
۲- دهن دو سوزنه را بالای خطکش به اندازۀ ۳ سانتیمتر باز میکنیم.

۳- بـدون ایـن کـه زاویـه بیـن دو سـوزنه تغییـر کنـد (خـورد و کلان شـود) قطعـه خطهـا را بـه طولهـای ۳، ۳ سـانتیمتر جـدا میکنیـم.



فعالیتها

۱- طـول ایـن قطعـه خطهـا را بـا اسـتفاده از دو سـوزنه و خطکـش تعییـن کنیـد.



۲- با استفاده از دو سوزنه قطعه خط ۸ سانتی‌متر را به بخش‌های ۲ سانتی‌متری جدا کنید.



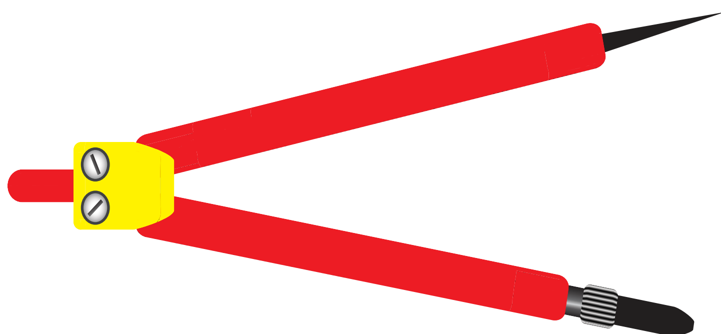
کارخانه‌گی

شاگردان یک قطعه خط را به اندازهٔ (۱۲) سانتی‌متر رسم بعد توسط دیوایدر آن را به دو حصهٔ مساوی تقسیم نموده با خود بیاورد.

۲- پرکار

برای ترسیم خط، از خط کش استفاده می‌کنیم برای ترسیم دایره از کدام آله استفاده می‌کنیم؟

پرکار مانند دو سوزنه است و یگانه فرق آن با دوسوزنه این است که در یک پایهٔ آن به عوض سوزن، قلم پنسل در یک گیرا محکم می‌شود و برای ترسیم خط منحنی، قوس دایره، ترسیم عمود بالای یک نقطهٔ معینه و تنصیف زاویه به کار می‌رود. شکل (۲)



شکل (۲)



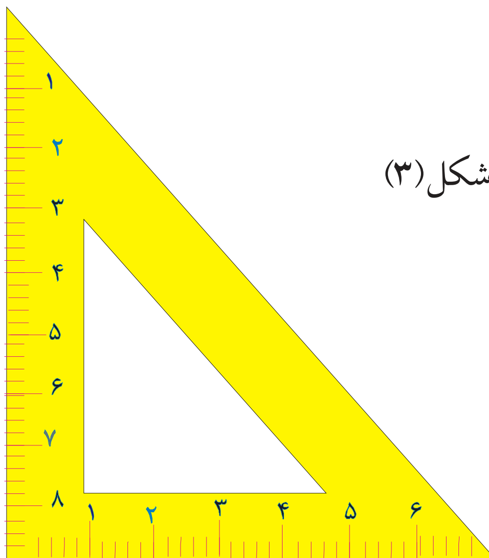
فعالیت‌ها

۱- به واسطهٔ پرکار نقطهٔ (ب) را مرکز قرار بدهید و یک دایره را به شعاع ۳ سانتی‌متر رسم کنید.

۲- از پرکار استفاده کنید و یک منحنی را توسط آن رسم کنید. آیا این منحنی را قوس هم گفته می‌توانیم؟

۳: گونیا

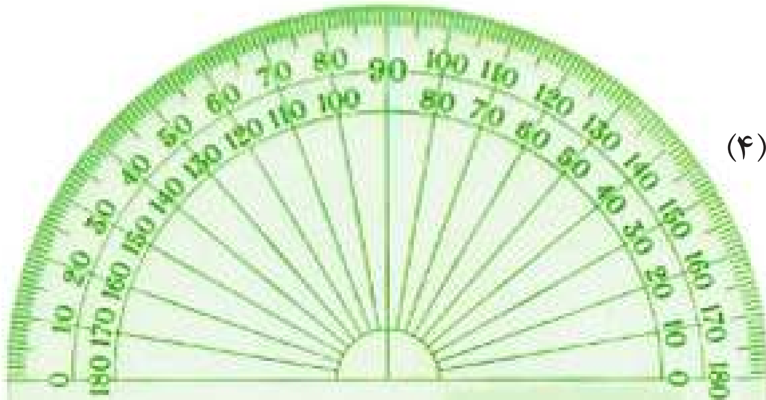
گونیا از جملهٔ آلات و اسباب هندسی است که شکل مثلث قایم‌الزاویه را دارد و برای ترسیم مثلث قایم الزاویه، ترسیم خطوط موازی و خطوط با هم عمود به کار می‌رود. شکل(۳)



شکل(۳)

۴- نقاله

نقالـه نیـز یکـی از آلات و افـزار هندسـی می‌باشـد کـه بـرای ترسـیم، اندازه‌گیـری و تقسـیم زوایـا مـورد اسـتفاده قـرار می گیـرد. ایـن آلـه بـه شـکل نیـم دایـره بـوده کـه از راسـت بـه چـپ و همچنـان از چـپ بـه راسـت بـه (°۱۸۰) تقسـیم شـده اسـت. شـکل (۴)



شکل (۴)



فعالیت‌ها

۱. یک نقاله رسم کنید و آن را به (°۱۸۰) تقسیم نمایید.
۲. از نقاله استفاده نمایید زاویه‌های (°۱۰) و (°۹۰) را رسم کنید.
۳. زاویهٔ (°۱۲۰) را رسم و آن را به (۳) حصهٔ مساوی تقسیم کنید.



کارخانه‌گی

شاگردان به شعاع ۷ سانتی‌متر دایره را رسم کنند.
شـاگردان بـه انـدازهٔ (°۱۴۰) یـک زاویـه را رسـم نمـوده و آن را بـه چهـار حصـهٔ مسـاوی تقسـیم نماینـد.

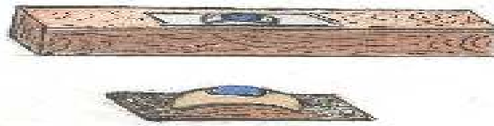
وضعیت خط

• از آب ترازو به چه منظور استفاده می‌شود ؟

خط دارای سه وضعیت (حالت) می‌باشد.

۱- خط افقی ۲- خط قایم ۳- خط مایل

۱- خط افقی: خطی که به امتداد سطح آب باشد، خط افقی گفته می‌شود. مانند: سقف اتاق، چوکات پایین دروازه، کنار میز وغیره. برای معلوم کردن حالت افقی یک خط یا سطح، آب ترازو را استعمال می کنند. شکل (۵)



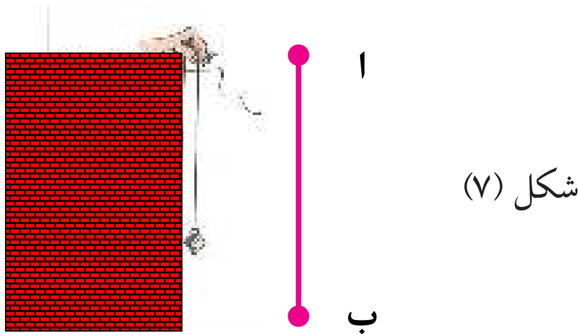
شکل (۵)

آب ترازو از چوب یا مواد دیگر به شکل مکعب مستطیل ساخته می‌شود که در وسط آن نل شیشه‌یی قرار داشته، در بین نل مذکور آب وجود دارد که دارای یک حباب خورد هوا می‌باشد. چون هوا از آب سبکتر است بالای آب قرار می گیرد. معماران و نجاران برای افقی ساختن یک سطح، آن را بالای سطح مذکور قرار می‌دهند. هرگاه حباب آب ترازو در وسط نل شیشه‌یی قرار گیرد، در آن صورت سطح مورد نظر افقی می‌باشد. قطعه خط $(\overline{\text{ا ب}})$ به حالت افقی قرار دارد؛ مانند شکل(۶)

شکل(۶)   ا ———————— ب

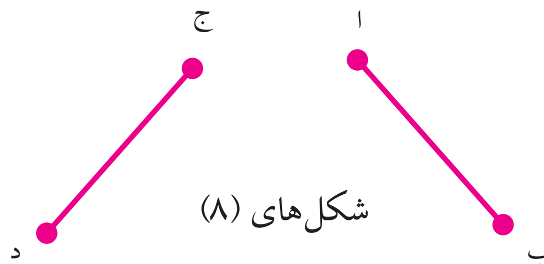
۲ - خط قایم (خط عمودی): خط عمودی خطی است که به امتداد تار شاقول باشد، مانند کنار چوکات دروازه، پایهٔ تلیفون، پایهٔ برق و غیره.

علاوه از مطمین شدن عمودیت اشیا با استعمال شاقول، برای اطمینان از عمودیت اشیا از آب ترازوها نیز کار می گیرند. این قطعه خط شکل عمودی (قایم) را دارد؛ مانند: شکل (۷)



شکل (۷)

۳- خط مایل: خط مایل خطی است که نه عمودی و نه افقی باشد؛ مانند: طناب خیمه و یا بَیره‌های سِنج که معماران در خشت کاری تعمیرات به کار می‌برند. قطعه خطهای زیر به شکل مایل اند. شکل‌های (۸)

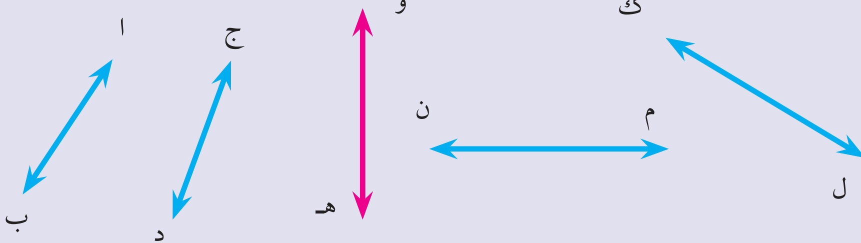


شکل‌های (۸)



فعالیت‌ها

۱- در شکل‌های زیر خط افقی، خط عمودی و خطوط مایل را نام بگیرید.



۲ – توسط آب ترازو سطح میز و کنار دروازهٔ صنف تان را تجربه کنید که کدام یک، سطح افقی دارد؟

۳ – ذریعهٔ شاقول پایهٔ میز خود را به صورت انفرادی و گروهی ببینید که عمود است یا خیر؛ همچنان توسط آب ترازو عمودیت بازوی دروازه را نیز امتحان کنید.

۴ – توسط قلم، خط کش، خط مایل، خط افقی و خط عمودی موجود در کتاب و کتابچه‌های تان را نشان دهید.



کارخانه گی

خطوط مایل، افقی و عمودی را تعریف و نمونه‌های آن‌ها را در کتابچه‌های تان رسم و نامگذاری نمایید.

خطوط موازی

● خطوطی که امتداد شان یکدیگر را قطع نمی کنند به کدام نام یاد می‌شوند؟

● کی می‌تواند در محیط ماحول خود نمونه‌یی از خطوط موازی را نشان دهد؟

دو خط مستقیمی که در یک سطح واقع بوده، نه خودشان و نه امتداد شان کدام نقطهٔ مشترک داشته باشد، خطوط موازی گفته می‌شوند.

شکل زیر نمونهٔ خطوط موازی است. (شکل ۹)

قطعه خط $(\overline{\text{ا ب}})$ موازی با قطعه خط $(\overline{\text{ج د}})$ است و آن را این طور نمایش می‌دهند.

$\overline{\text{ا ب}} \parallel \overline{\text{ج د}}$

... ا ——— ب ...

... ج ——— د ...

شکل (۹)



فعالیت‌ها

۱- گروهی کار کنید و در لوازم درسی تان خطوط موازی را نشان دهید.

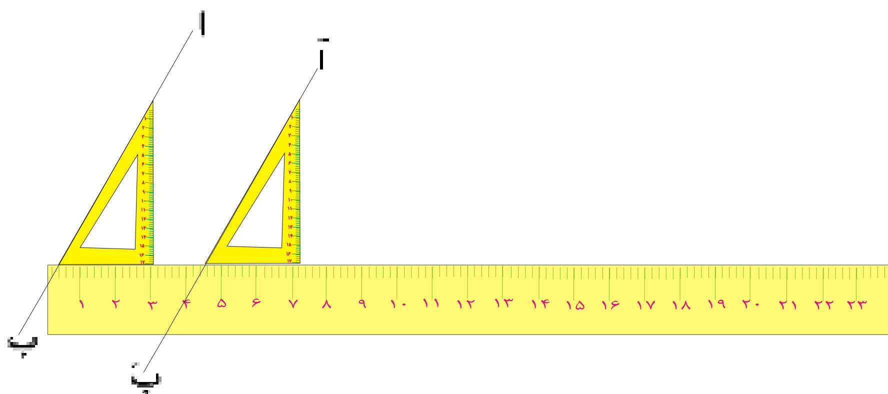
۲- آیا در لوازم خانهٔ خود خطوط موازی را مثال داده می‌توانید؟ نام بگیرید.

۳- یک خط مستقیم $(\overleftrightarrow{\text{اب}})$ را مطابق شکل (۱۰) در نظر بگیرید و از نقطهٔ (ج) یک موازی به آن رسم کنید.

نخست: وتر گونیا را به امتداد قطعه خط $(\overline{\text{ا ب}})$ قرار بدهید.

دوم: خط کش را به ضلع پایینی گونیا قرار دهید.

سوم: گونیا را در کنار خط‌کش طوری بلغزانید تا از نقطهٔ (ج) بگذرد. حال در کنار وتر گونیا یک خط مستقیم رسم کنید. همین خط مستقیم (اَ بَ) موازی (ا ب) است.





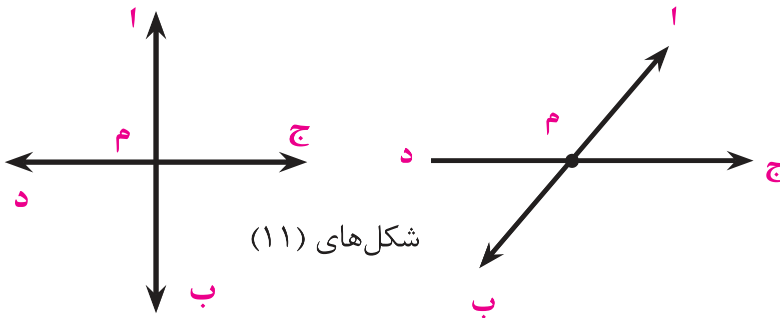
کارخانه‌گی

دو خط موازی را که به فاصلهٔ ۸ سانتی‌متر از هم قرار داشته باشند، با استفاده از گونیا و خط‌کش رسم کنید.

خطوط متقاطع

- هرگاه دو خط دارای یک نقطهٔ مشترک باشند خطوط مذکور را به کدام نام یاد می کنند؟
- آن نقطه‌یی که خطوط در آن یکجا شده اند به نام چه یاد می‌شود؟

دو خط وقتی متقاطع گفته می‌شوند که دارای یک نقطهٔ مشترک باشند. خطوط $(\overleftrightarrow{\text{ا ب}})$ و $(\overleftrightarrow{\text{ج د}})$ در نقطهٔ (م) متقاطع بوده و نقطهٔ (م) نقطهٔ مشترک شان می‌باشد؛ مانند شکل‌های (۱۱)

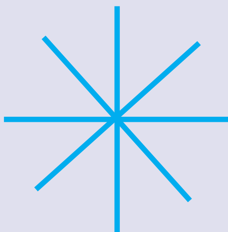


شکل‌های (۱۱)



فعالیت‌ها

۱- در صنف خود خطوط متقاطع را نشان دهید.
۲- توسط لوازم درسی‌تان خطوط متقاطع را بسازید.
۳- آیا شکل مقابل خطوط متقاطع را نشان می‌دهد دلیل آن چیست؟





کارخانه‌گی

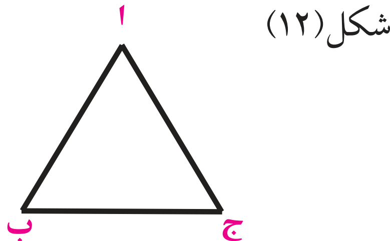
شاگردان مثال‌های خطوط متقاطع را در محیط خانه تشخیص نموده و در کتابچهٔ خود یادداشت کنند.

مثلث

• کی می‌تواند بگوید، مثلث چه شکل هندسی را دارد؟

• ارتفاع مثلث، میانهٔ مثلث و ناصف عمودی مثلث کدام خطوط را می گویند؟

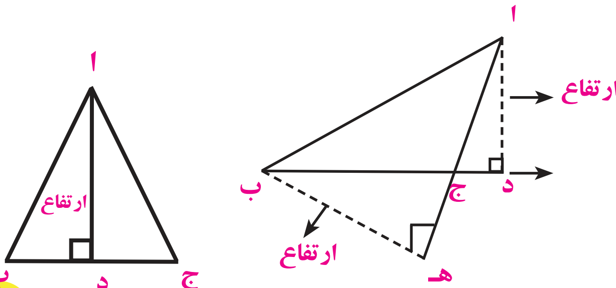
مثلث سطحی است که ذریعهٔ سه قطعه خط احاطه شده باشد؛ مانند: شکل (ا ب ج). هر مثلث دارای ارتفاع‌ها، میانه‌ها و ناصف‌های عمودی می‌باشد که هر کدام در زیر معرفی می‌شوند. شکل (۱۲)



شکل (۱۲)

ارتفاع مثلث

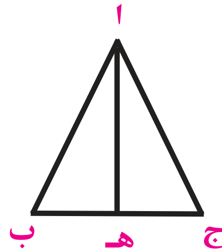
خطی که از یک رأس مثلث برضلع مقابل آن عمود رسم شود ارتفاع مثلث نامیده می‌شود. درمثلث (ا ب ج) شکل ۱۳ الف) قطعه خط (ا د) ارتفاع مثلث مذکور می‌باشد و در شکل ۱۳ (ب)، (ا د) و (ب هـ) ارتفاع‌های مثلث (ا ب ج) می‌باشند.



شکل (۱۳ب)

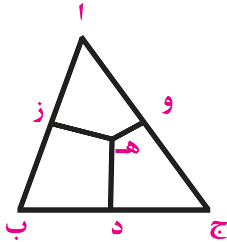
شکل (۱۳الف)

میانۀ مثلث: خطی که رأس مثلث را به نقطۀ تنصیف ضلع مقابل آن وصل می کند، میانۀ مثلث گفته می‌شود. در مثلث (ا ب ج) قطعه خط (ا هـ) میانۀ مثلث مذکور می‌باشد. (شکل ۱۴)



(شکل ۱۴)

ناصف عمودی مثلث: خطی که در نقطۀ تنصیف ضلع مثلث عمود رسم می‌شود ناصف عمودی مثلث گفته می‌شود قطعه خط (ز هـ)، قطعه خط (و هـ) و قطعه خط (د هـ) ناصف‌های عمودی مثلث (ج ب ا) می‌باشند. (شکل ۱۵)



(شکل ۱۵)



فعالیت‌ها

۱- در گروه‌های تان مثلث‌های کیفی را رسم و در آن‌ها ارتفاع‌ها، میانه‌ها و ناصف‌های عمودی را نشان داده نامگذاری نمایید.

۲- یک مثلث قایم الزاویه را رسم نمایید و در آن ارتفاع و میانۀ مثلث را نشان دهید.



کارخانه گی

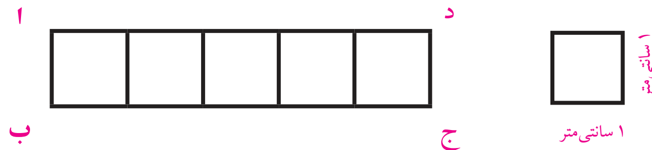
یک مثلث قایم الزاویه را با ناصف‌های عمودی، ارتفاع و میانۀ آن در کتابچه‌های تان ترسیم نموده بیاورید.



مساحت مستطیل

• چطور می‌توان مساحت خانه، صنف و دیگر شکل‌های مستطیلی را پیدا کرد؟

مستطیل (ا ب ج د) را به طول ۵ سانتی‌متر و عرض ۱ سانتی‌متر در نظر می گیریم. برای دریافت مساحت مستطیل (ا ب ج د) شکل (۱۶)



شکل (۱۶)

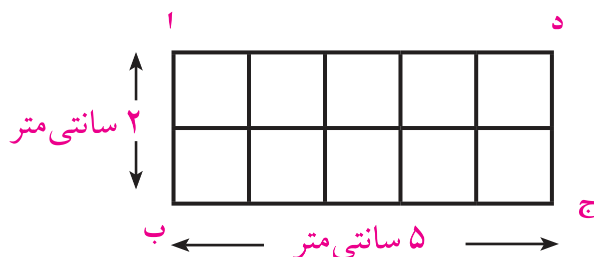
سانتی‌متر مربع را به حیث واحد اندازه گیری سطح انتخاب می کنیم. دیده می‌شود که در داخل مستطیل مذکور به تعداد ۵ مربع کوچک (سانتی‌متر مربع) قرار دارد؛ پس گفته می‌شود که مساحت مستطیل مذکور ۵ سانتی‌متر مربع است؛ چون عرض مستطیل ۱ سانتی‌متر و طول مستطیل ۵ سانتی‌متر است؛ بنابرآن مساحت مستطیل را این طور نوشته می توانیم:

طول مستطیل × عرض مستطیل = مساحت مستطیل

۵ سانتی‌مترمربع = ۵ سانتی‌متر × ۱ سانتی‌متر = مساحت مستطیل

هــر گاه طــول مســتطیل ۵ ســانتی‌متر و عــرض مســتطیل ۲ ســانتی‌متر باشــد. مانـنـد: شــکل (۱۷)

دیـده می‌شــود کــه در مســتطیل مذکــور بــه تعــداد (۱۰) مربــع کــه مســاحت هــر کــدام آن، یــک ســانتی‌متر مربــع اســت قــرار دارد.



شکل (۱۷)

پس از این تجربه می‌توانیم بنویسیم :

عرض مستطیل × طول مستطیل = مساحت مستطیل

۱۰سانتی‌مترمربع = ۲ سانتی‌متر × ۵ سانتی‌متر



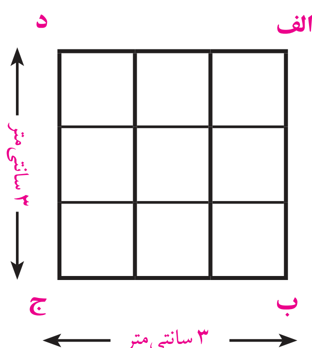
کارخانه‌گی

اگــر طــول یــک مســتطیل۲,۵ ســانتی‌متر و عــرض آن ۱,۲ ســانتی‌متر باشــد مســاحت آن را دریافــت کنیــد.

مساحت مربع

- خانه‌یی که ۴ متر طول و ۴ متر عرض دارد مستطیل است یا مربع؟
- چطور می‌توانیم برای فرش کردن آن، فرش خریداری نماییم؟

مربع (ا ب ج د) را که طول هر ضلع آن ۳ سانتی‌متر است در نظر می‌گیریم. دیده می‌شود در مربع مذکور مطابق شکل (۱۸) به تعداد (۹) واحد سطح (سانتی‌متر مربع) قرار دارد و آن عبارت از مساحت مربع می‌باشد. چون عدد (۹) از حاصل ضرب ضلع‌های مربع حاصل می‌شود، یعنی: ضلع × ضلع = مساحت مربع



شکل (۱۸)

بنابر آن: ۹ سانتی‌متر مربع = ۳ سانتی‌متر × ۳ سانتی‌متر = مساحت مربع



فعالیت‌ها

۱- یک مستطیل به طول ۴ سانتی‌متر و عرض ۳ سانتی‌متر رسم کنید و آن را به واحد سطح (سانتی‌متر مربع) تقسیم کنید. ببینید که در آن چند واحد سطح (سانتی‌متر مربع) قرار دارد؟

۲- یک مربع که طول هر ضلع آن ۴ سانتی‌متر است رسم نمایید؛ سپس آن را به مربع‌های خورد یک سانتی‌متر مربع تقسیم نمایید و بگویید که در آن چند واحد سطح جا دارد و نیز مساحت کلی آن چند سانتی‌متر مربع می‌باشد؟

سؤال‌ها: ۱- مستطیل چه نوع شکل هندسی را گویند؟ ۲ - مربع چه نوع شکل هندسی را می‌گویند؟ ۳ - چه فرق بین مستطیل و مربع مشاهده می‌کنید بیان کنید؟



کارخانه‌گی

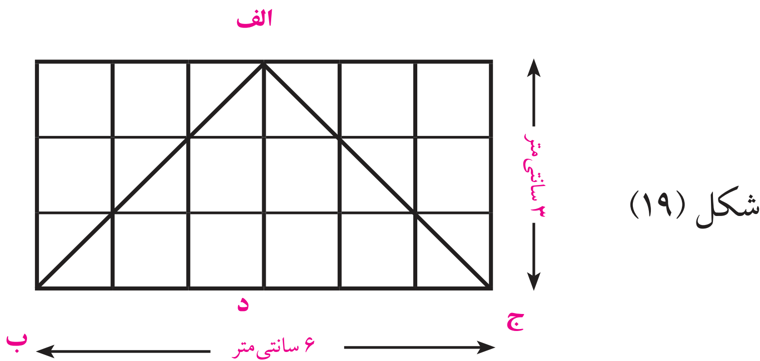
۱ - مساحت مستطیلی را دریافت کنید که طول آن ۸ سانتی‌متر و عرض آن ۵ سانتی‌متر باشد.

۲ - نمونه‌های مستطیل و مربع را که در اشیا و محیط ماحول تان مشاهده می‌کنید در کتابچه‌های تان یادداشت نموده با خود بیاورید.

مساحت مثلث

- برای دریافت مساحت یک شکل مثلثی به کدام اجزای آن ضرورت است؟

می دانیم که واحد مقیاس (اندازه گیری) سطح، سانتی‌متر مربع ☐ می‌باشد. مساحت مثلث را نیز با سانتی‌متر مربع اندازه گیری می کنند.
مساحت یک مثلث مساوی به تعداد واحدهای سطح (☐) سانتی‌متر مربع است که مثلث مذکور از آن تشکیل شده است.
اگر به مثلث (ا ب ج) در شکل (۱۹) نظر اندازیم مثلث مذکور از ۶ واحد سطح و ۶ نیم واحد سطح که ۳ واحد سطح می‌شود تشکیل گردیده است.



شکل (۱۹)

مجموعاً ۹ واحد سطح (سانتی‌متر مربع) می شود، پس مساحت مثلث مذکور ۹ سانتی‌متر مربع می‌باشد.
چون قاعدهٔ مثلث (۶ سانتی‌متر = $\overline{\text{ج ب}}$) و ارتفاع مثلث ۳ سانتی‌متر = ($\overline{\text{ا د}}$) است، اگر با هم ضرب شوند و حاصل‌ضرب تقسیم ۲ شود، در نتیجه ۹ سانتی‌متر مربع حاصل می‌شود که مساحت مثلث می‌باشد.

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۳ \times ۶}{۲} = \frac{\overset{۹}{\cancel{۱۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} = \text{۹ سانتی‌متر مربع}$$



فعالیت‌ها

در گروه‌ها تقسیم شوید و فعالیت زیر را اجرا کنید.

مستطیلی را که دارای ۸ سانتی‌متر طول و ۴ سانتی‌متر عرض باشد مد نظر بگیرید و در آن یک مثلث را رسم نمایید:

۱- از روی شکل، مساحت مثلث را حساب کنید.

۲- از طریق فارمول، مساحت مثلث را پیدا کنید.

۳- آیا هر دو جواب عین چیز اند یا خیر؟



کارخانه‌گی

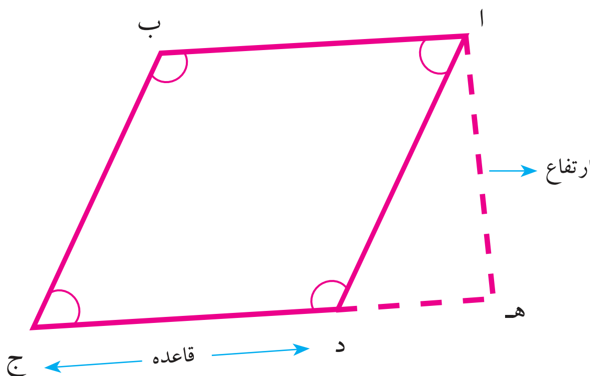
مساحت یک باغ مثلث شکل را که قاعدهٔ آن (۱۰۰) متر و ارتفاع آن ۵۰ متر می‌باشد حساب کنید.

معین یا لوزی

- کدام شکل هندسی را معین می گوید؟
- چهار ضلعی‌یی که چهار ضلع مساوی داشته باشد و زوایای مقابل آن دو به دو باهم مساوی باشند چی نام دارد ؟

معین یک شکل چهار ضلعی است و که هر چهار ضلع آن با هم مساوی ودو به دو موازی بوده و زوایه‌هایش قایمه نباشند. زوایای مقابل معین دو به دو با هم مساوی می‌باشند.

مانند معین (ا ب ج د) که شکل یک مربع کج شده را دارد. شکل (۲۰) $\hat{ا} = \hat{ج}$ و $\hat{ب} = \hat{د}$ می‌باشد.

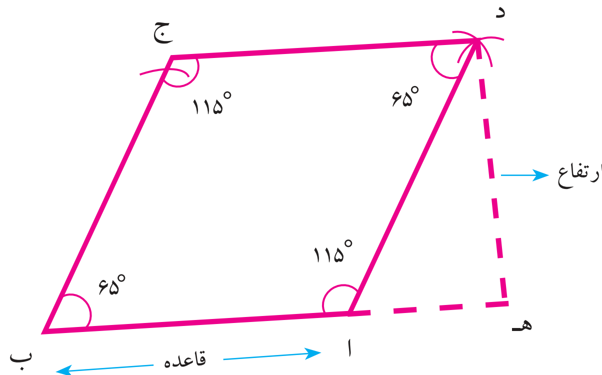


شکل(۲۰)

دو زاویهٔ مجاور یک معین، متمم یکدیگر اند.

$\hat{ا} + \hat{ب} = \hat{ب} + \hat{ج} = \hat{ج} + \hat{د} = \hat{د} + \hat{ا} = ۱۸۰^\circ$

ترسیم معین: معینی که یک ضلع و یک زاویهٔ آن معلوم باشد، چنین رسم می‌شود.



مثال: معینی را رسم کنید که یک ضلع آن ۴ سانتی متر و یک زاویه انجام این ضلع ۶۵° درجه باشد.

۱- قطعه خط داده شده را به طول معینهٔ ۴ سانتی‌متر مانند $(\overline{\text{ا ب}})$ رسم می کنیم.

۲- زاویهٔ داده شدهٔ (۶۵°) را در یک انجام قطعه خط $(\overline{\text{ا ب}})$ رسم می کنیم .

۳- ضلع جدید این زاویه را مساوی به ضلع مفروض قطع می کنیم که در نتیجه نقطهٔ (ج) حاصل می‌شود.

۴- نقاط (۱) و (ج) را مرکز قرار میدهیم و توسط پرکار به ترتیب دو قوس به طول ۴ سانتی‌متر رسم می کنیم. نقطهٔ تقاطع این قوس‌ها را که نقطهٔ (د) است با نقاط (ا) و (ج) وصل می کنیم در نتیجه معین یا لوزی مورد نظر ترسیم می‌شود.

مساحت معین عبارت از حاصل ضرب قاعده و ارتفاع آن است.

یعنی:

ارتفاع × قاعده = مساحت معین

هـ د × آب = مساحت معین



فعالیت‌ها

۱- معینی را رسم نمایید که طول یک ضلع آن ۵ سانتی‌متر و یک زاویهٔ آن (50°) باشد.

۲- توسط نقاله هر چهار زاویهٔ معین مذکور را اندازه‌گیری نمایید.

۳- ببینید که آیا مجموع دو زاویهٔ مجاور هر ضلع آن متمم یکدیگر اند یا خیر؟

۴- آیا زوایای مقابل معین رسم شده، دو به دو با هم مساوی اند یا خیر؟



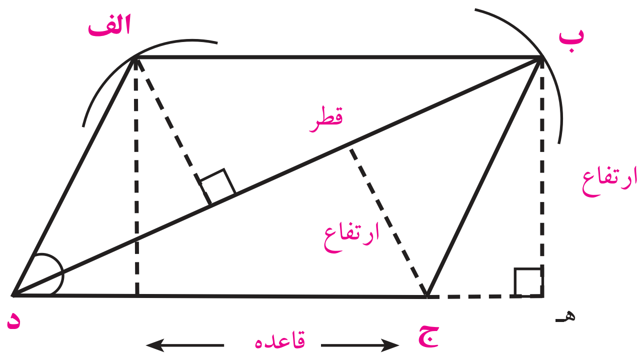
کار خانه‌گی

مساحت یک قطعه زمین معین (لوزی) شکل را که قاعدهٔ آن ۷۵ متر و ارتفاع آن ۳۶ متر است دریافت کنید.

شبه معین

- کی گفته می‌تواند شبه معین چه شکل را دارد؟
- فرق بین معین و شبه معین چیست؟

شبه معین شکل چهار ضلعی‌یی است که اضلاع مقابل آن دو به دو با هم موازی و مساوی بوده و اضلاع آن بر یکدیگر عمود نباشند؛ مانند: مستطیلی که کج شده باشد.



شکل (۲۱)

طول مستطیل کج شده، قاعدهٔ شبه معین گفته می‌شود و ارتفاع شبه معین ارتفاعی است که از رأس مقابل بر قاعده و یا امتداد قاعده ترسیم شده است.

ارتفاع قطری در مستطیل و شبه معین عمودی است که از رأس مقابل بر قطر رسم شده باشد. طریق ترسیم شبه معین مانند ترسیم معین می‌باشد.

یا هـ ب × دج = ارتفاع × قاعده = مساحت شبه معین

همچنان مساحت شبه معین را از حاصل‌ضرب قطر و ارتفاع قطری

آن نیز به دست آورده می‌توانیم. یعنی:

ارتفاع قطری × قطر = مساحت شبه معین.

یادداشت: هر دو ارتفاع قطری یک مستطیل و شبه معین باهم مساوی می‌باشند.



فعالیت‌ها

۱– در گروه ها تقسیم شوید؛ سپس شبه معینی رارسم کنید که قاعدهٔ آن ۴سانتی‌متر، ضلع دیگر آن ۳ سانتی‌متر بوده و یک زاویهٔ آن (۷۵°) باشد.

۲– ارتفاع و دو قطر شبه معین را ترسیم کنید.

۳– با استفاده از دو سوزنه و خط‌کش ارتفاع را اندازه‌گیری نموده مساحت آن را دریافت کنید.



کارخانه‌گی

شبه معینی را که قاعدهٔ آن ۸ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۵ سانتی‌متر باشد رسم و مساحت آن را دریافت کنید.

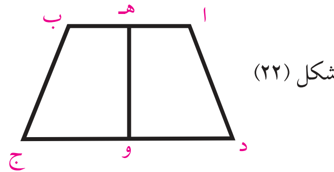
ذوزنقه

• چهار ضلعی‌یی که تنها دو ضلع موازی داشته باشد به کدام نام یاد می‌شود؟

ذوزنقه چهار ضلعی‌یی است که صرف دو ضلع آن باهم موازی باشند؛ مانند ذوزنقهٔ (ا ب ج د) شکل (۲۲)، در این شکل ضلع (ا ب) موازی ضلع (ج د) می‌باشد یعنی $(\overline{\text{ج د}}) // (\overline{\text{ا ب}})$ است.

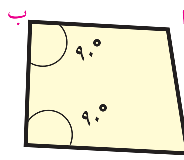
همچنان در شکل (۲۲) قطعه خط $(\overline{\text{و هـ}})$ که عمود بر قاعده ذوزنقه است به نام ارتفاع ذوزنقه یاد می‌شود.

اضلاع موازی ذوزنقه را قاعده‌های ذوزنقه و اضلاع غیر موازی را به نام ساق‌های ذوزنقه یاد می کنند.

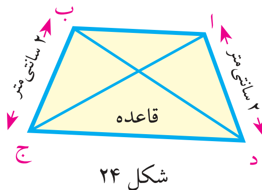


شکل (۲۲)

اگر یک ضلع ذوزنقه بر دو ضلع موازی آن عمود باشد، آن را ذوزنقهٔ قایم الزاویه می گویند. مانند شکل (۲۳) که در آن $(\hat{\text{ج}})$ و $(\hat{\text{ب}})$ قایمه اند.



شکل ۲۳



شکل ۲۴

هر گاه دریک ذوزنقه دو ضلع غیر موازی آن باهم مساوی باشند، آن ذوزنقه متساوی الساقین نامیده می‌شود؛ مانند شکل (۲۴) که در آن $(\overline{\text{د ا}}) = (\overline{\text{ج ب}})$ است.

یادداشت: قطعه خطی که دو رأس مقابل ذوزنقه را باهم وصل می کند قطر ذوزنقه نامیده می‌شود. درشکل(۲۴) قطعه خط‌های(اج) و(د ب) عبارت از قطرهای ذوزنقه می‌باشد.

مساحت ذوزنقه

اگر خواسته باشیم مساحت ذوزنقه را پیدا کنیم، مجموع اضلاع موازی آن را ضرب ارتفاع نموده، حاصل‌ضرب آن را تقسیم (۲) می کنیم مانند:

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع اضلاع موازی}}{۲}$$



فعالیت‌ها

۱- شاگردان به دو گروه تقسیم شوند، در گروه اول هر دو نفر به شکل جوره‌یی، ذوزنقهٔ قایم الزاویه را طوری که قاعدهٔ آن ۸ سانتی‌متر باشد رسم نمایند. همچنان سه زاویهٔ دیگر آن را توسط نقاله تعیین نمایند.

۲- در گروه دوم هر دو نفر به شکل جوره‌یی یک ذوزنقهٔ متساوی الساقین کیفی را رسم، ساق‌های مساوی و قاعده را در آن مشخص سازند.



کارخانه‌گی

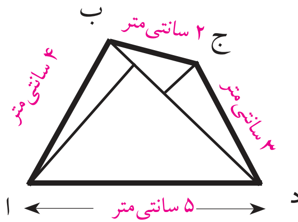
شاگردان در کتابچه‌های خود ذوزنقهٔ کیفی قایم الزاویهٔ را رسم نموده، قطرها را در آن نشان دهند؟

منحرف

- آیا شکل هندسی‌یی را که هیچ یک از اضلاع آن با یکدیگر موازی نباشند می‌شناسید؟

منحرف یک چهار ضلعی کیفی است که اضلاع و زوایه هایش مختلف می‌باشند. مانند؛ شکل (۲۵)

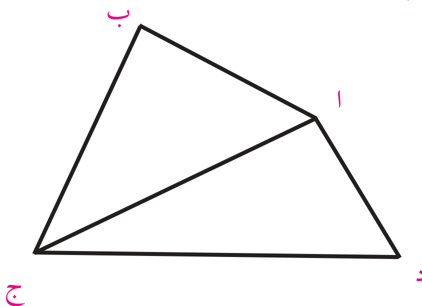
مساحت منحرف عبارت از مجموع مساحت مثلث‌های (ا ب ج)△ و (ا ج د)△ می‌باشد.



شکل (۲۵)

یادداشت: قابل تذکر است که مجموعهٔ زوایای داخلی هر چهار ضلعی مساوی (۳۶۰°) یا چهار قایمه می‌باشد.

یعنی، (۳۶۰°)= د̂ + ج̂ + ب̂ + آ̂



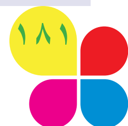
شکل (۲۶)



فعالیت‌ها

طوری گروپی کار کنید و یک منحرف را طور دلخواه رسم نمایید.

۱- زوایای آن را اندازه گیری نمایید که هریک چند درجه است؟



۲. اضلاع آن را توسط خط‌کش اندازه کنید و مشخص سازید که هر ضلع آن چند سانتی‌متر است؟

۳. ارتفاع‌های آن را رسم کنید.

۴. آیا شکلی که در نتیجهٔ فعالیت شما به دست می‌آید قرار تعریف یک منحرف است یا خیر؟



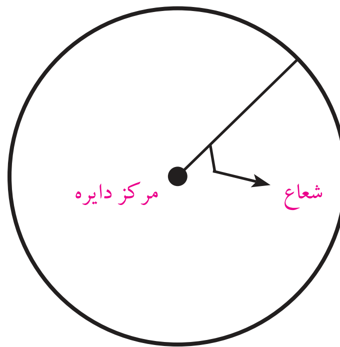
کارخانه‌گی

اگر در شکل (۲۶) ارتفاع مثلث (ا ج د) ۲سانتی‌متر و قاعدهٔ آن ۶ سانتی‌متر، ارتفاع مثلث (ا ب ج) ۳,۵ سانتی‌متر و قاعدهٔ آن۳,۳ سانتی‌متر باشد، مساحت منحرف مذکور را دریافت کنید.

دایره

- مهتاب درشب چهاردهم چی شکلی را دارد ؟
- بشقاب، نعلبکی و دهن تنور نان پزی چی شکل دارد؟

دایره وسطح دایره‌یی: در شکل (۲۷) به مشاهده میرسد که سطح مستوی توسط یک خط منحنی بسته طوری احاطه گردیده است که تمام نقاط آن از یک نقطهٔ معین همین مستوی به مسافه‌های مساوی قرار دارد. منحنی بسته را دایره، نقطهٔ معین را مرکز دایره و مسافهٔ ثابت یعنی قطعه خطی که یک نقطهٔ دایره و مرکز آن را باهم وصل می‌کند، را به نام شعاع دایره یاد می‌کنند؛ همچنان تمام نقاط سطح مستوی را با خط منحنی بسته، به نام سطح دایره‌یی یاد می‌کنند.



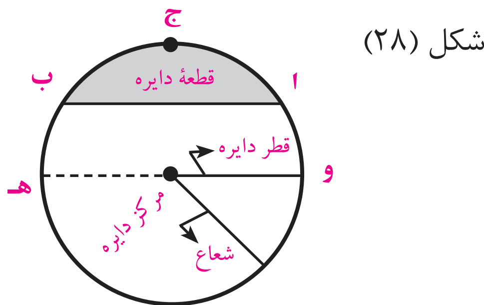
شکل ۲۷

وتر دایره

قطعه خط $(\overline{اب})$ که دو نقطهٔ محیط دایره را باهم وصل میکند به نام وتر دایره یاد می‌شود.(شکل۲۸)

قوس دایره: قسمتی از محیط دایره را به نام قوس دایره یاد می کنند.

مثال : (ا ج ب) یک قوس دایره را نشان می‌دهد و این گونه (ا ج ب) نمایش داده و به شکل زیر خوانده می‌شود. قوس (ا ج ب) شکل(۲۸)



شکل (۲۸)

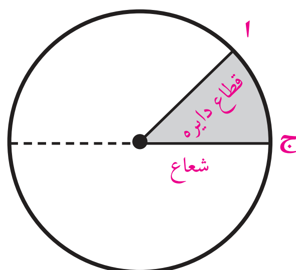
قطر دایره: قطعه خطی که از مرکز دایره گذشته و دو نقطهٔ محیط دایره را باهم وصل کند.

قطر دایره نامیده می‌شود؛ مانند قطر (وهـ) شکل (۲۸) هر قطر دوچند شعاع همان دایره است. قطرهای دایره با هم مساوی اند. قطر یک دایره دراز ترین وتر دایره را تشکیل می‌دهد.

نیم دایره: قطر یک دایره، دایره را به دو قسمت مساوی جدا می‌کند که هر قسمت آن را نیم دایره می‌نامند.

قطعهٔ دایره: سطحی که توسط قطعه خط (ا ب) و قوس (ا ج ب) احاطه شده است، قطعهٔ دایره نامیده می‌شود. در شکل (۲۸) قسمت رنگ شده، قطعهٔ دایره را نشان می‌دهد.

قطـاع دایـره: قسـمتی از سـطح دایـره کـه در بیـن دو شـعاع دایـره محصـور باشـد بـه نـام قطـاع دایـره یـاد می‌شـود. در شـکل (۲۹) قسـمت رنـگ شـده قطـاع دایـره را نمایـش می‌دهـد.



شکل (۲۹)



فعالیت‌ها

۱– دایره‌یـی را بـه شـعاع ۳ سـانتی‌متر ذریعـهٔ پـرکار رسـم کنیـد و در آن قطعـه، قطـاع، مرکـز، شـعاع، وتـر، قـوس و قطـر دایـره را نامگـذاری کنیـد.

۲– طـور عملـی نشـان دهیـد کـه قطـر یـک دایـره دو چنـد شـعاع آن می‌باشـد.



کارخانه‌گی

– شـاگردان تعریـف دایـره، مرکـز، شـعاع، قطـر، قطعـه و قطـاع آن را حفـظ کننـد.

– شـاگردان در کتابچه‌هـای خـود یـک دایـره کیفـی را رسـم نمـوده در آن اجـزای دایـره را نشـان دهنـد.

نسبت محیط و قطر دایره

- کدام خط را قطر دایره می‌گویند؟
- محیط دایره کدام خط است؟

اگرقطر دایره (۷) واحد طول با شد، طول محیط آن (۲۲) واحد می‌باشد، پس

۷ : ۲۲ = قطر : محیط

یا

$$\frac{۲۲}{۷} = \frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$$

نسبت محیط و قطر دایره را توسط حرف (π) پای نشان می‌دهند.

$$\pi = ۳{,}۱۴۲۸ = \frac{۲۲}{۷} \times \frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$$

یعنی

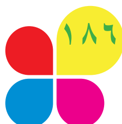
$$\pi \times \text{قطر} = \frac{۲۲}{۷} \times \text{قطر} = \text{محیط}$$

اگر قطر دایره (۱۴) سانتی‌متر باشد؛ پس

$$\text{محیط} = \overset{۲}{\cancel{۱۴}} \times \frac{۲۲}{\underset{۱}{\cancel{۷}}} = ۲\times۲۲ = ۴۴ \text{ سانتی متر}$$

$$\frac{۷}{۲۲} \times \frac{\text{محیط}}{۱} = \frac{۱}{\frac{۲۲}{۷}} = \frac{\text{محیط}}{\frac{۲۲}{۷}} = \frac{\text{محیط}}{\pi} = \text{قطردایره}$$

$$\frac{۷}{۲۲} \times \text{محیط} = \text{قطر دایره}$$





فعالیت‌ها

در گروه‌ها سوال‌های زیرا را حل کنید.

۱- اگر محیط یک دایره ۸۸ سانتی‌متر باشد قطر آن را پیدا کنید.

۲- اگر قطر دایره ۲۱ سانتی‌متر باشد، محیط آن دایره چند سانتی‌متر خواهد بود؟



کار خانه گی

اگر محیط دایره ۲۶۴ واحد طول باشد قطر آن را پیدا کنید.

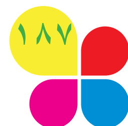
مساحت دایره

$$\text{مساحت دایره} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \pi$$

$$= (\text{شعاع})^{۲} \times \pi$$

میدانیم که: $\text{شعاع} = \dfrac{\text{قطر}}{۲}$، پس: $(\text{شعاع})^{۲} = \left(\dfrac{\text{قطر}}{۲}\right)^{۲} = \dfrac{(\text{قطر})^{۲}}{۴}$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{(\text{قطر})^{۲}}{۴} \cdot \pi = \frac{\pi}{۴} \cdot (\text{قطر})^{۲}$$



مثال: محیط و مساحت دایره یی را پیدا کنید که قطر آن ۵ سانتی متر باشد.

حل

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times \pi$$

$$= ۵ \times ۳,۱۴۲۸$$

$$= ۱۵,۷۱۴۰ \text{ سانتی متر}$$

$$\text{مساحت دایره} = (\text{قطر})^۲ \times \frac{\pi}{۴} = \frac{(۵)^۲ \times ۳,۱۴۲۸}{۴}$$

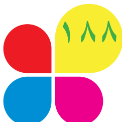
$$= \frac{۲۵ \times ۳,۱۴۲۸}{۴} = \frac{۷۸,۵۷}{۴} = ۱۹,۶۴۲۵ \text{ سانتی متر مربع}$$



کارخانه گی

شاگردان محیط و مساحت دایره یی را در کتابچه های خویش دریابندکه قطر آن ۲ سانتی متر باشد.

۱-یادداشت: معماران وانجینران توسط طناب یا ریسمان دایره را روی زمین رسم می کنند، طوری که یک میخ را به روی زمین نصب و یک انجام ریسمان یا طناب را حلقه کرده در میخ می‌اندازند و انجام دیگر طناب را خوب، کش گرفته به روی زمین حرکت میدهند، در نتیجه دایره رسم می‌شود و بالای آن چونه می‌ریزند.



سؤال‌ها

۱- مستطیلی را رسم کنید که طول آن یک دیسی‌متر و عرض آن ۸ سانتی‌متر است، نخست قطر آن را رسم نموده طول آن را اندازه‌گیری نمایید؛ سپس مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۲- طول و عرض یک شبه معین به ترتیب ۶ سانتی‌متر و ۳,۵ سانتی‌متر بوده و زاویه بین آن‌ها (۶۰) می‌باشد آن را رسم کنید.

۳- شبه معینی را رسم کنید که طول قطرا طول آن ۸ سانتی‌متر، طول قطر اقصر آن ۵ سانتی‌متر و زاویه بین دو قطر آن (۱۲۰°) باشد.

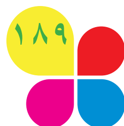
۴- مساحت یک زمین مستطیل شکل (۲۴۰۰) متر مربع است. اگر طول زمین ۶۰۰ متر باشد، عرض زمین مستطیل شکل را دریافت نمایید.

۵- باغ مستطیل شکلی را که طول آن دو چند عرض آن است در نظر بگیرید، اگر عرض آن (۴۰۰) متر باشد، مساحت آن را پیدا کنید.

۶- مساحت باغی را دریافت نمایید که طول آن (۲۰۰) متر بوده و عرض آن نصف طولش باشد.

۷- زمینی به طول (۵۴۰۰) متر و عرض (۳۶۰) متر بوده که بین (۴) برادر طور مساویانه تقسیم می‌شود، حصهٔ هر برادر چند متر مربع می‌شود؟

۸- اگر شعاع یک دایره (۲۵) سانتی‌متر باشد، قطر آن چند سانتی متر است؟



۹- اگر شعاع یک دایره ۴ سانتی‌متر باشد، محیط آن چند سانتی‌متر خواهد بود؟

۱۰- قطر دایره‌یی را معلوم کنید که محیط آن (۴۴) سانتی‌متر باشد.

۱۱- مساحت دایره‌یی را پیدا کنید که قطر ش (۱۵) سانتی‌متر باشد.

۱۲- اگر قاعدهٔ یک معین ۲۱ دیسی‌متر و ارتفاع آن ۵ سانتی‌متر باشد، مساحت معین را به سانتی‌متر مربع دریافت کنید.

۱۳- مساحت یک زمین که شکل معین را دارد، (۲۴۰۰) متر مربع است. هرگاه قاعدهٔ آن (۱۲۰۰۰۰) سانتی‌متر باشد، ارتفاع آن را به سانتی‌متر پیدا کنید.

۱۴- ارتفاع یک شبه معین ۲۰ سانتی‌متر و قاعدهٔ آن ۱۰۰سانتی‌متر است. مساحت آن را به متر مربع دریافت نمایید.

۱۵- مساحت دایره‌یی را پیدا کنید که قطر آن ۱۴ سانتی‌متر باشد.

۱۶- اضلاع موازی یک ذوزنقه به ترتیب ۳۵ دیسی‌متر ، ۱۵۰ سانتی‌متر است، هر گاه ارتفاع ذوزنقه ۱۲,۵ سانتی‌متر باشد مساحت ذوزنقه را به سانتی‌متر مربع دریافت کنید.

۱۷- مساحت یک میدان فوتبال که به شکل ذوزنقه می‌باشد (۳۰۰۰) متر مربع است، هرگاه طول اضلاع موازی آن به ترتیب (۸۰) متر و (۴۰) متر باشند. ارتفاع ذوزنقه را دریابید.

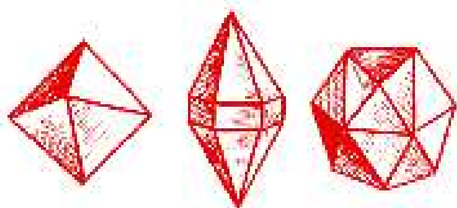
اجسام

- کی گفته می تواند، جسم چیست؟
- کی می‌تواند از اجسام منظم و غیر منظم یک، یک مثال بدهد.

هر چیزی که کتله، وزن و جسامت داشته باشد، جسم گفته می‌شود؛ مانند: سنگ، چوب، خشت، کلوخ وغیره.

اجسام به دو شکل اند: منظم و غیر منظم.

۱- **اجسام منظم:** این اجسام در طبیعت به صورت اشکال منظم هندسی یافت می‌شوند. بلورهای مواد معدنی؛ مانند بلور نمک طعام، بلورهای مس، کوارتز نمونه‌های اجسام منظم هندسی اند که ذریعهٔ سطوح هم‌نوع احاطه شده باشند. شکل (۳۰)

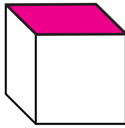


اجسام منظم به صورت مصنوعی نیز وجود دارند که اشکال منظم هندسی نامیده شده و عبارت از مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، منشور، مخروط، هرم و کره می‌باشند.

۲- **اجسام غیر منظم:** این اجسام دارای شکل منظم هندسی نیستند و چند پارچهٔ یک جسم معین به یک شکل و ساختمان نمی باشند؛ مانند: سنگ، کلوخ و غیره. این اجسام که به نام اجسام غیر منظم نیز یاد می‌شوند توسط سطوح غیر منظم هندسی احاطه شده اند.

حال می‌پردازیم به معرفی اشکال منظم هندسی.

۱- **مکعب:** مکعب جسمی است که توسط شش مربع محدود شده باشد. اضلاع، زوایا و سطوح مکعب با هم مساوی اند. شکل (۳۱)

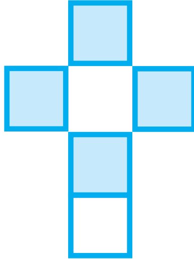


شکل (۳۱)

اگر طول یک ضلع مربع معلوم باشد، مساحت یک وجه آن مساویست به: ضلع × ضلع.

چون مکعب شش وجه دارد؛ بنابر آن مساحت سطحی مکعب مساوی است به: (ضلع × ضلع) × ۶ = مساحت سطحی (کلی) مکعب

شکل (۳۲) مساحت سطحی یک مکعب باز شده است.



شکل (۳۲)



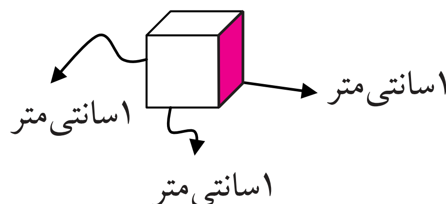
فعالیت‌ها

شاگردان عزیز!

شکل (۳۲) را از کاغذ بسازید و به وسیلهٔ قات کردن هر ضلع مربع آن، یک مکعب بسازید.

حجم مکعب مساوی است به: ضلع × ضلع × ضلع.

واحد مقیاس حجم، سانتی‌متر مکعب است و آن مکعبی است که طول هر ضلع آن یک سانتی‌متر باشد.

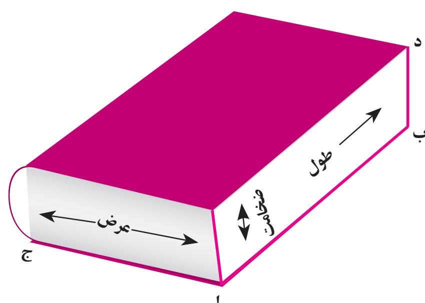


مکعب مستطیل: مکعبی است که سطوح (وجوه) مقابل آن دو به دو باهم مساوی اند؛ مانند شکل (۳۳)

حجم مکعب مستطیل عبارت از حاصل‌ضرب طول، عرض و ضخامت آن است:

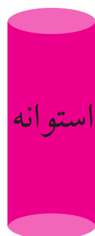
ضخامت × عرض × طول = حجم

قوطی گوگرد، قوطی پرکار از جملهٔ مثال‌های مکعب مستطیل می‌باشند.



شکل (۳۳)

استوانه: جسمی است که ذریعهٔ دو سطح دایره‌یی ویک سطح منحنی احاطه شده باشد؛مانند: نل، نی، دستک، قلم، تباشیر و غیره.





شکل (۳۴)

دوسطح دایره‌یی را قاعده تین وسطح منحنی را سطح جانبی استوانه می‌نامند.

سطح قاعده‌ها در استوانهٔ منظم هندسی با هم مساوی می‌باشند.

اگر سطح جانبی آن گسترده (باز) شود شکل مستطیل را به خود می گیرد.

اجسام استوانه‌یی در طبیعت زیاد یافت می‌شوند؛ مانند: ساقهٔ نباتات و اشجار، نل‌ها و میله‌ها در صنعت. استوانهٔ که سطح جانبی آن بر سطوح قاعده اش عمود باشد به نام استوانهٔ قایم یاد می‌شود.









فعالیت‌ها

۱- از وسایل دست داشتهٔ خود یک استوانه بسازید.

۲- در صنف از لوازم درسی تان نمونه‌های استوانه را نشان دهید.



کارخانه گی

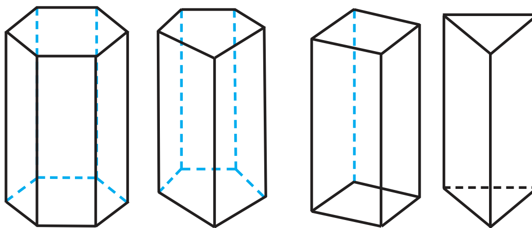
یک مکعب مستطیل را از کاغذ بسازید، طول، عرض وضخامت آن را نشانی نمایید و باخود بیاورید.

منشور

• گاهی نام منشور را شنیده اید؟

• آیا می‌تواند بگوید که چه قسم جسم هندسی را منشور می گوید؟

منشور جسمی است که سطوح قاعده تین آن مضلعات وسطوح جانبی آن از مستطیل‌ها تشکیل شده باشند.اگرسطح قاعده تین منشور مثلث‌ها باشند، منشور مثلث القاعده نامیده می‌شود. اگر سطح قاعده تین منشور مربع‌ها باشند، منشور مربع القاعده و اگر سطح قاعده تین منشور پنج ضلعی‌ها باشند، منشور را مخمس القاعده و هرگاه سطح قاعده تین منشور شش ضلعی‌ها باشند منشور را مسدس القاعده می‌نامند؛ مانند اشکال (۳۵).



اشکال (۳۵)

اگر وجه جانبی یک منشور به سطح قاعدۀ آن عمود باشد، آن منشور را منشور قایم می‌نامند. قلم پنسل رخدار، خشت و پیچ مثال‌های منشور قایم اند.



فعالیت‌ها

منشورها را رسم و زیر هرکدام نام آن را بنویسید.



کارخانه گی

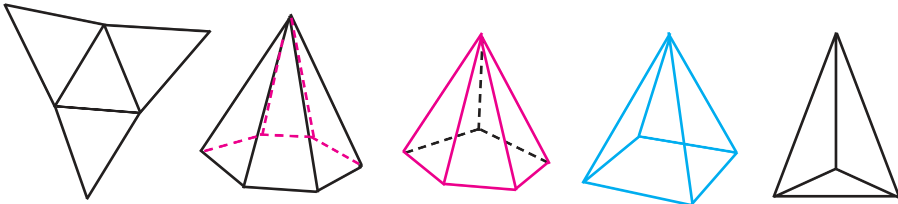
یک منشور مثلث القاعده را از کاغذ مقوا بسازید و به صنف بیاورید.

هرم

• آیا با هرم آشنایی دارید؟
• هرم چگونه یک جسم است؟

هرم جسمی است که سطح قاعدهٔ آن را یک مضلع وسطوح جانبی آن را مثلث‌ها تشکیل داده باشند.

هرم‌ها مانند منشورها به نام سطح قاعده شان شناخته می‌شوند. مثل هرم مثلث القاعده، مربع القاعده، مخمس القاعده و مسدس القاعده شکل‌های (۳۶)



هرم مثلث القاعده — هرم مربع القاعده — هرم مخمس القاعده — هرم مسدس القاعده — مثلث داخلی قاعده هرم را می‌سازد



فعالیت‌ها

۱- هرم باز شده را رسم نمایید.
۲- هرم ترسیم شده را توسط قیچی از کناره‌های مثلث‌های خارجی قطع کنید.
۳- هرم مثلث‌القاعده را از آن بسازید.



کارخانه‌گی

هرم مربع القاعده چی نوع هرم را گویند؟ رسم نمایید و نمونهٔ آن را از کاغذ بسازید.

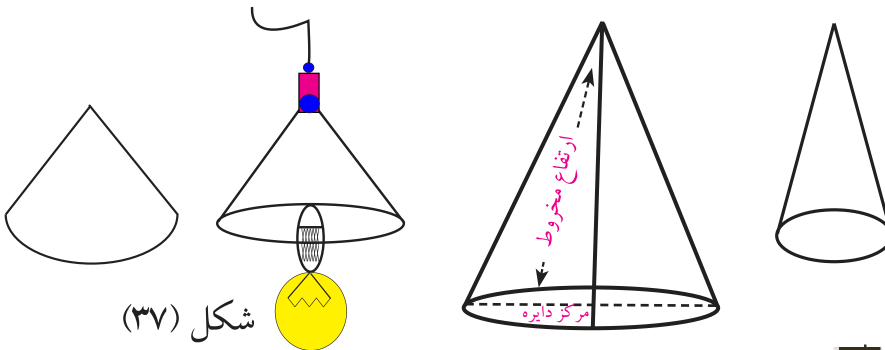
مخروط

- آیا در محیطی که زنده گی می کنید، مثال‌هایی از مخروط داده میتوانید؟
- مخروط چی قسم یک شکل هندسی است؟

مخروط جسمی است که سطح قاعدهٔ آن دایره و سطح جانبی آن سطح منحنی باشد، طوری که در انجام به یک نقطه ختم شود. مانند زردک، پایهٔ قند، شید چراغ و غیره. شکل‌های (۳۷).

اگر از رأس یک مخروط یک عمود به سطح قاعدهٔ آن رسم گردد و این عمود از مرکز دایره بگذرد، این مخروط را مخروط قایم می گویند. عمود مذکور را عمود مرکزی یا محور مخروط می‌نامند. این عمود ارتفاع مخروط هم است.

در صنعت نوک‌های تمام آلات و اسباب سوراخ کننده؛ مانند: پل برمه، نوک سوزن، میخ و غیره را مخروطی شکل می‌سازند.



شکل (۳۷)



فعالیت‌ها

مخروط قایم را رسم کرده قاعده و ارتفاع آن را نشان دهید.



کارخانه گی

یک شکل مخروطی را از کاغذ و یا از گل تهیه و با خود بیاورید.

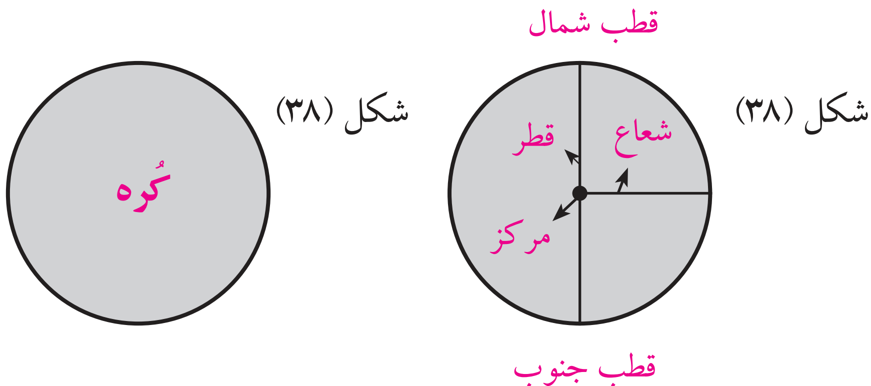
کره

- کی می‌گوید، کره چگونه یک جسم هندسی است؟
- کی می‌تواند، شکل کره را ترسیم کند؟

تعریف کره: کره جسمی است که توسط سطح منحنی بسته محاط شده باشد، طوری که تمام نقاط سطح مذکور از نقطهٔ ثابت به مسافه‌های مساوی قرار داشته باشند؛ مانند: توپ‌های فتبال و والیبال، ساچمه، کرهٔ زمین و دیگر اجرام سماوی. نقطهٔ ثابت را مرکز کره وفاصله بین مرکز وسطح را به نام شعاع کره یاد می کنند.

خطی که از مرکز کره بگذرد و انجام‌هایش به محیط وصل گردد قطر کره گفته می‌شود. قطر کره دو چند شعاع کره می‌باشد.

تمام شعاع‌های کره و تمام قطرهای یک کره بین خود مساوی میباشند. دو انجام قطر کره قطب‌های کره نامیده می‌شوند؛ مانند قطب شمال و قطب جنوب کرهٔ زمین.



شکل (۳۸)　　　شکل (۳۸)

هرگاه کره را از یک حصه به طور مستقیم قطع کنیم، سطح مقطع آن سطح دایره‌یی است؛ مانند: نارنج یا تربوزی که با چاقو بریده شود. قسمت قطع شده به شکل دایره می‌باشد.

اگر سطح قطع شده از مرکز گذشته باشد، این سطح را به نام دایرهٔ عظیمه یاد می کنند، سطح دایرهٔ عظیمه سطحی است که کره را به دو حصهٔ مساوی تقسیم می کند. محیط سطح دایرهٔ عظیمه را در روی کرهٔ زمین خط استوا و قطر آن را محور زمین گویند.



فعالیت‌ها

کره را در کتابچه های خود رسم نموده در آن قطرها و قطب‌ها را نشان دهید.



کارخانه گی

شکل نارنج نیم شده را در کتابچه‌های تان رسم کنید و در آن شکل محور، شعاع، قطر و خط استوا کره را نشان دهید.

سؤال‌ها

۱- جسم را تعریف کنید.

۲- اجسام به چند قسم بوده هرکدام را تعریف کنید.

۳- ابعاد چیست؟ تعریف کنید.

۴- محور زمین و ارتفاع مخروط را تعریف کنید.

۵- یک مسجد جامع که دارای ۳۰ مترطول و ۱۵ متر عرض است، سطح آن را از خشت مربع شکل که طول هر ضلع خشت ۵۰ سانتی‌متر می‌باشد فرش می کنند. اگر قیمت هر خشت ۳۰ افغانی باشد، برای فرش کردن سطح مسجد جامع چند افغانی ضرورت است؟

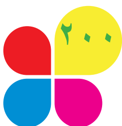
۷- مساحت سطحی مکعبی را دریافت نمایید که طول هر ضلع آن(۱۵)سانتی‌متر باشد.

۸- هرگاه طول هر خط الرأس یک مکعب (۲۰) سانتی‌متر باشد، مساحت کلی آن را پیدا کنید.

۹- فهیمه از کاغذ مقوا یک مکعب ساخت که طول هر ضلع آن (۷) سانتی‌متر است. او می‌خواهد از کاغذ تحفه سطوح آن را تزئین نماید. اگر هر دیسی‌متر مربع کاغذ تحفه (۶) افغانی قیمت داشته باشد، کل سطح مکعب به چند افغانی تزئین می‌شود؟

۱۰- سقف اتاقی را که ۱۶ متر مربع مساحت دارد، از تخته‌های مربع شکل که طول هر ضلع آن (۴۰) سانتی‌متر باشد مسطح می‌کنیم. سقف اتاق به چند تخته ضرورت دارد؟

۱۱- یک قوطی که از آهن چادر ساخته شده است، ابعاد (طول، عرض و ضخامت) آن هر یک (۱۰) سانتی‌متر است. آن را از آب پر کرده و سنگی را که به تار بسته است در آن می‌اندازیم، یک مقدار آب آن می‌ریزد. اگر ارتفاع آب باقیمانده (۵) سانتی‌متر باشد، حجم سنگ را پیدا کنید.

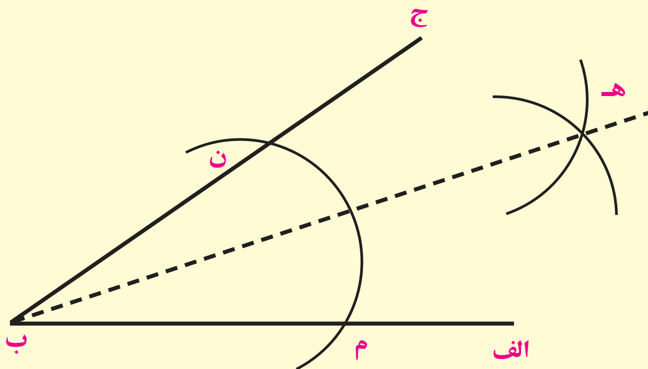




ترسیمات هندسی

- کی می گوید، تنصیف زاویه چی مفهوم دارد؟
- آیا می‌توان یک زاویه را به دو بخش مساوی تقسیم کرد؟

تنصیف زاویه ذریعهٔ پرکار: اگر خواسته باشیم زاویهٔ (ا ب ج) را توسط پرکار نصف کنیم، رأس (ب) را مرکز می گیریم و به یک شعاع اختیاری یک قوس رسم می کنیم،



شکل ۴۰

طوری که اضلاع (ا ب) و (ب ج) را در نقاط (م) و (ن) قطع کند. بعد نقاط (م) و (ن) را به ترتیب مرکز می گیریم و به یک شعاع دو قوس رسم می کنیم تا یکدیگر خود را در نقطهٔ (هـ) قطع کنند؛ سپس

نقطهٔ تقاطع قوس‌ها یعنی نقطهٔ (هـ) را به رأس زاویهٔ (ا ب ج) وصل می کنیم، در این صورت زاویهٔ مذکور به دوحصهٔ مساوی تقسیم می‌شود. شکل (۴۰)

چون قطعه خط ($\overline{\text{هـ ب}}$) زاویهٔ (ا ب ج) را به دو حصهٔ مساوی تقسیم می کند، پس قطعه خط ($\overline{\text{هـ ب}}$) را ناصف زاویهٔ مذکور یاد می کنند.

ترسیم یک زاویه توسط نقاله

برای ترسیم یک زاویه توسط نقاله، نخست یک قطعه خط رسم می کنیم ودو انجام آن را (الف) و(ب) نامگذاری می کنیم؛ مرکز نقاله را در یک انجام آن قرار داده زاویهٔ دلخواه را از طرف چپ و یا از طرف راست تعیین و توسط یک نقطه روی صفحهٔ کاغذ نشانی می کنیم. حال نقطهٔ نشانی شده را به انجام قطعه خطی که مرکز نقاله در آن قرار دارد وصل می کنیم، درنتیجه زاویهٔ مطلوب ترسیم می‌شود.



فعالیت‌ها

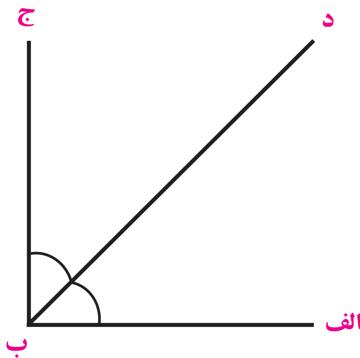
زاویهٔ °۳۵ را با استفاده از نقاله ترسیم کنید.

تنصیف زاویه توسط نقاله

- در مضمون هندسه، از نقاله به کدام منظور استفاده می کنند؟

اگر بخواهیم یک زاویه را به طور مثال زاویهٔ °۹۰ = (ا ب ج) را نصف کنیم. ابتدا (°۹۰) را به عدد ۲ تقسیم می‌نماییم که خارج قسمت آن (°۴۵) می‌شود. یعنی: °۴۵ = ۲ ÷ ۹۰ بعد مرکز نقاله را بالای رأس (ب) زاویهٔ (ا ب ج) طوری قرار می‌دهیم که محور نقاله روی ($\overline{\text{ا ب}}$) و





شکل ۴۱

مرکز نقاله روی نقطهٔ (ب) منطبق شود.

از طرف راست به چپ درجهٔ (45°) را پیدا می‌کنیم و یک نقطهٔ (د) را در مقابل آن روی صفحهٔ کاغذ نشانی می‌کنیم. در آخر نقطهٔ نشانی شده را ذریعهٔ خط‌کش به رأس(ب)زاویه وصل می‌کنیم و در نتیجه ناصف زاویهٔ(د ب) رسم می‌شود. شکل (۴۱)



فعالیت‌ها

۱. یک زاویه توسط نقاله به وسعت °۱۲۰ رسم نمایید و سپس آن را توسط پرکار نصف کنید.

۲. در گروه‌ها زاویهٔ °۵۰ = (ا ب ج) را ترسیم و در کتابچه‌های تان توسط نقاله به دو حصه مساوی تقسیم کنید.



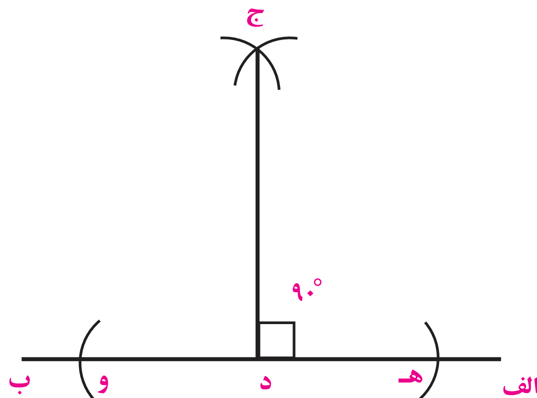
کارخانه‌گی

یک زاویه را به وسیلهٔ کدام یک از آلات هندسی به سه حصهٔ مساوی تقسیم کرده می‌توانید آن را نام گرفته توسط آن، زاویهٔ °۱۲۰ را به سه حصهٔ مساوی تقسیم نمایید.

ترسیم عمود بالای یک نقطهٔ معین یک قطعه خط

• آیا اصطلاح عمود را شنیده اید، معنای آن چیست؟
• برای ترسیم عمود در یک نقطهٔ معین یک خط، به کدام و سایل هندسی نیاز است؟

اگر بخواهیم بالای یک نقطهٔ معین، به طور مثال در نقطهٔ (د) توسط قطعه خط (ا ب) یک عمود رسم نماییم، نقطهٔ (د) را توسط پرکار مرکز گرفته به دو طرف نقطهٔ مذکور بالای قطعه خط داده شده به عین شعاع قوس‌ها را رسم می کنیم.



شکل ۴۲

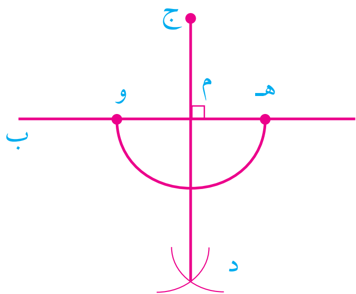
طوری که قطعه خط مذکور را در نقاط(هـ) و(و)قطع کند. بعد نقاط (هـ) و (و) را مرکز گرفته به شعاعی که از (هـ د) یعنی از نصف (هـ و) طویلتر باشد، دو قوس رسم می کنیم که این قوس‌ها یکدیگر خود را در نقطهٔ (ج) قطع می کنند.

حال نقطهٔ (ج) را به نقطهٔ (د) وصل می‌نماییم. (ج د) که حاصل می‌شود در نقطهٔ معین (د) بالای (اب)عمود می‌باشد. شکل(۴۲)

ترسیم عمود از یک نقطهٔ خارج بالای یک قطعه خط

یـک قطعـه خـط مسـتقیم ($\overline{\text{اب}}$) را بـا یـک نقطـهٔ (ج) در خـارج ایـن مسـتقیم در نظـر می گیریـم. می‌خواهیـم از نقطـهٔ (ج) کـه خـارج مستقیم قـرار دارد، یـک عمـود بـالای قطعـه خـط مسـتقیم ($\overline{\text{اب}}$) رسـم نماییـم.

ترسـیم: نقطـهٔ (ج) را مرکـز قـرار می‌دهیـم و بـه شـعاع دلخـواه یـک قـوس رسـم می کنیـم. ایـن قـوس، ($\overline{\text{اب}}$) را در نقـاط (هـ) و (و) قطـع می کنـد؛ سـپس نقـاط (هـ) و (و) را در حالی کـه پـرکار تغییـر نکنـد مرکـز گرفتـه بـه عیـن شـعاع در قسـمت تحتانـی (اب) دو قـوس رسـم می کنیـم کـه ایـن دو قـوس یکدیگـر خـود را در نقطـهٔ (د) قطـع می کننـد. اکنـــون نقـاط (د) و (ج) را باهـم وصـل می کنیـم قطعـه خـط حاصـل شـدهٔ ($\overline{\text{دج}}$) عمـود مطلـوب در نقطـهٔ (م) بـالای (اب) می‌باشـد. شـکل (۴۳)



شکل (۴۳)



فعالیت‌ها

شاگردان عزیز!

۱- قلم، پنسل پاک، خط کش و پرکار را آماده کنید.

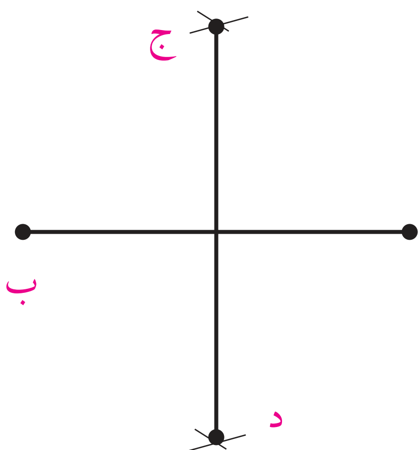
۲- بـه دو گـروه تقسـیم شـوید، طوری کـه گـروه اول از نقطـهٔ (هــ) کـه در خـارج ($\overline{\text{دج}}$) قـرار دارد. بـالای ($\overline{\text{دج}}$) یـک عمـود ترسـیم نماینـد و گـروه دوم از نقطـهٔ (و) کـه در خـارج ($\overline{\text{اب}}$) قـرار دارد بـالای ($\overline{\text{اب}}$) یـک عمـود رسـم نماینـد.

ترسیم ناصف عمودی یک قطعه خط

● کی می‌تواند بالای قطعه خط (ا ب) ناصف عمودی رسم کند؟

ترسیم: یک قطعه خط (ا ب) را طور دلخواه در نظر می گیریم.

۱- نقاط (۱) و (ب) را توسط پرکار مرکز گرفته به شعاع‌هایی که از نصف(ا ب) طویلتر باشند در قسمت فوقانی و تحتانی (ا ب) قوس‌ها رسم می کنیم. طوری که نقطهٔ تقاطع قوس‌ها را در قسمت فوقانی (ا ب) نقطهٔ (ج) و همین قسم نقطهٔ تقاطع قوس‌ها را در قسمت تحتانی (ا ب) نقطهٔ (د) می‌نامیم:



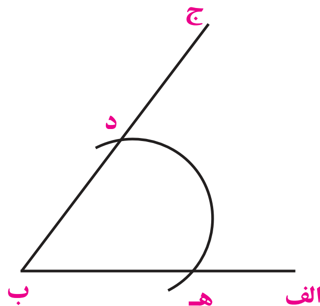
شکل (۴۴)

۲- نقاط (ج) و (د) را توسط خط کش باهم وصل می کنیم.(ج د) که به دست آمده است، (ا ب) را در نقطهٔ (م) تنصیف نموده و در همین نقطه بالای (ا ب) عمود است.شکل(۴۴)

طریق ترسیم یک زاویهٔ مساوی به زاویهٔ داده شده

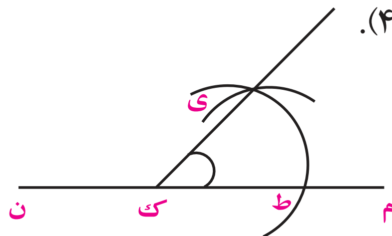
یک زاویهٔ (ا ب ج) را در نظر گرفته، زاویه مساوی آن را رسم می کنیم .

ترسیم: نخست رأس (ب) زاویهٔ داده شده را مرکز گرفته یک قوس را به شعاع دلخواه رسم می کنیم که ضلع ($\overline{\text{ا ب}}$) را در نقطهٔ (هـ) وضلع ($\overline{\text{ب ج}}$) را در نقطهٔ (د) قطع کند. شکل (۴۵)



شکل (۴۵)

حال یک قطعه خط ($\overline{\text{م ن}}$) را رسم می‌نماییم و یک نقطهٔ کیفی (ک) را روی آن انتخاب می کنیم. اکنون نقطهٔ (ک) را مرکز گرفته به همان شعاع ($\overline{\text{هـ ب}}$) یک قوس رسم می کنیم که ($\overline{\text{م ن}}$) را در نقطهٔ (ط) قطع کند؛ سپس نقطهٔ (ط) را مرکز گرفته به طول شعاع ($\frown$ هـ د) زاویهٔ (ا ب ج) یک قوس رسم می کنیم که هر دو قوس یکدیگر خود را در نقطهٔ (ی) قطع کنند. حال نقاط (ک) و (ی) را با هم وصل می‌نماییم. در نتیجه ($\widehat{\text{ط ک ی}}$) مساوی به ($\widehat{\text{ا ب ج}}$) داده شده می‌باشد. شکل (۴۶).

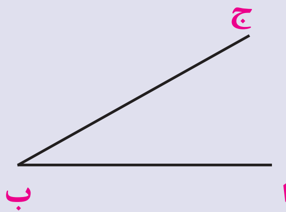


شکل (۴۶)



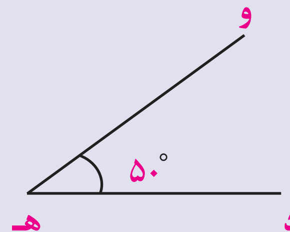
فعالیت‌ها

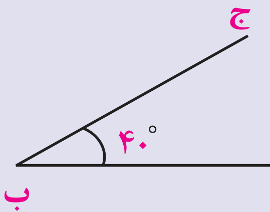
زاویهٔ (ا ب ج) طبق شکل (۴۷) داده شده است، زاویه‌یی مساوی به زاویهٔ داده شده رسم کنید و بعد توسط نقاله اندازه‌گیری نمایید که آیا هر دو باهم مساوی اند یا نه؟



شکل (۴۷)

قرار شکل (۴۸) دو زاویهٔ (ا ب ج) و (د هـ و) داده شده اند. زاویه‌یی را رسم کنید که مساوی به مجموع دو زاویهٔ داده شده باشد.





شکل (۴۸)



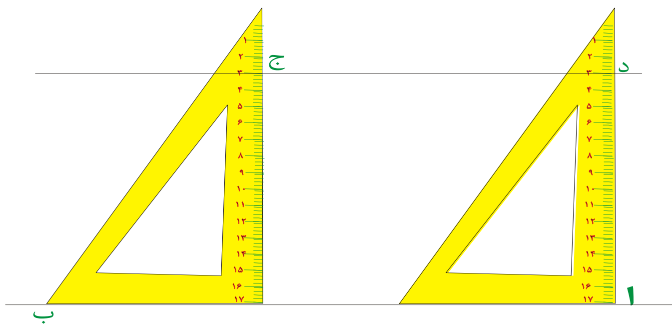
کارخانه‌گی

یک زاویهٔ (ا ب ج)=۴۵° را در نظر بگیرید، بعد $\widehat{(ا ب ج)}$ را مساوی به آن ترسیم نمایید.

طریق ترسیم خطوط موازی

- کی خطوط موازی را تعریف کرده می‌تواند؟
- کی می‌تواند دو خط موازی را روی تخته رسم کند؟
- برای ترسیم دو خط موازی به کدام آلات هندسی ضرورت است؟

طریقهٔ اول: اگر بخواهیم یک قطعه خط موازی به قطعه خط $\overline{(ا ب)}$ ترسیم کنیم قاعدهٔ گونیا را در کنار خط داده شده منطبق می‌سازیم. یک نقطهٔ (ج) را در کنار گونیا که به عدد (۳) تقابل می‌کند، روی صفحهٔ کاغذ نشانی می‌کنیم وبعد همین گونیا را روی $\overleftrightarrow{(ا ب)}$ می‌لغزانیم و بازهم عین نقطه را در کنار گونیا دریافت و به مقابل آن روی صفحهٔ کاغذ نشانی می‌نماییم. مانند: نقطهٔ (د).



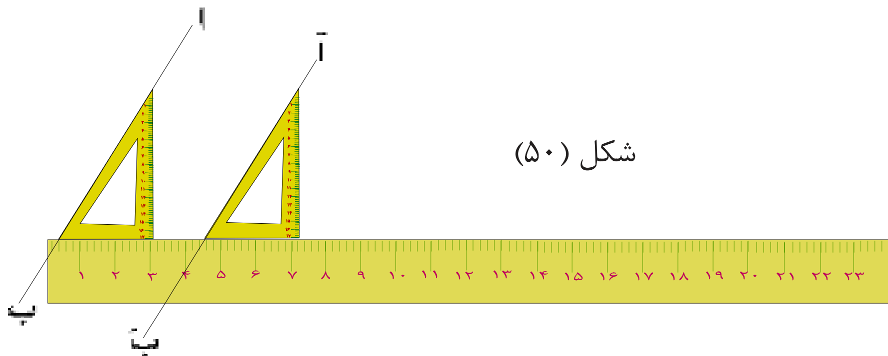
شکل (۴۹)

سپس هر دو نقطهٔ نشانی شدهٔ (ج) و (د) را باهم وصل می‌کنیم $\overline{(د ج)}$ موازی با $\overline{(ا ب)}$ ترسیم می‌شود. شکل (۴۹)

طریقهٔ دوم: یک مستقیم $\overleftrightarrow{(ا ب)}$ را مدنظر گرفته از نقطهٔ (ج) به این مستقیم یک مستقیم موازی رسم می‌کنیم.

ترسیم: نخست وتر گونیا را به امتداد $\overleftrightarrow{(ا ب)}$ قرار می‌دهیم؛ سپس

خط‌کش را به ضلع پایینی گونیا قرار می‌دهیم و گونیا را بالای خط‌کش میلغزانیم تا وقتی‌که وتر گونیا از نقطهٔ (ج) بگذرد. در این جا به امتداد وتر گونیا خط مستقیم رسم می‌کنیم. همین مستقیم (اَبَ) مستقیم مطلوب و موازی به $(\overleftrightarrow{\text{اب}})$ است. شکل(۵۰)



شکل (۵۰)



فعالیت‌ها

در گروه‌ها کار کنید و یک قطعه خط (ا ب) را به طول ۹ سانتی‌متر در نظر بگیرید و به مسافهٔ ۵ سانتی‌متر دورتر از آن قطعه خط موازی (اَبَ) را به آن رسم کنید.



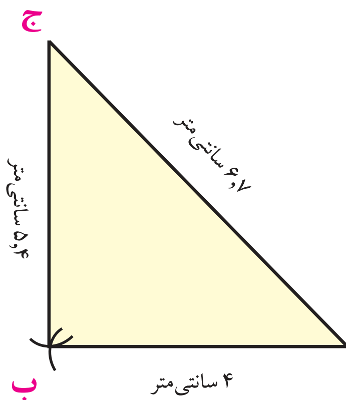
کارخانه‌گی

یک قطعه خط افقی (هـ و) رسم کنید. رقم ۵ را روی گونیا نشانی نموده با استفاده از گونیا، خط موازی به قطعه خط (هـ و) رسم نمایید.

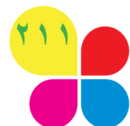
ترسیم مثلثی که سه ضلع آن معلوم باشد

- برای ترسیم یک مثلث به کدام آلات هندسی نیاز است؟
- کی می‌تواند به وسیلهٔ خط کش و پرکار یک مثلث کیفی رسم کند؟

می خواهیم مثلث (ا ب ج) را که ۴ سانتی‌متر = $\overline{(ا ب)}$ ، ۵,۴ سانتی‌متر = $\overline{(ب ج)}$ و ۶,۷ سانتی‌متر = ا ج می‌باشند، رسم کنیم. برای ترسیم مثلث مذکور اول به طول ۶,۷ سانتی‌متر، (ا ج) را رسم می کنیم. بعد نقاط (ا) و (ج) را مرکز گرفته توسط پرکار به یکطرف (ا ج) به طول‌های ۵,۴ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر دو قوس رسم می کنیم؛ طوری که یکدیگر را در نقطهٔ (ب) قطع کنند. حال نقطهٔ (ب) را به نقاط (ا) و (ج) وصل می کنیم، مثلث مطلوب حاصل می‌شود. شکل (۵۱)



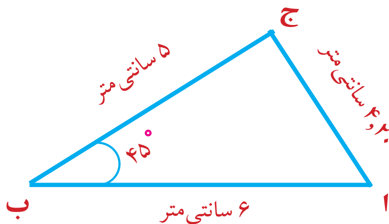
شکل (۵۱)



ترسیم مثلثی که دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها معلوم باشد

• کی خطوط موازی را رسم کرده می‌تواند؟

فرض می‌کنیم در مثلث ا ب ج ضلع $(\overline{\text{ا ب}})$ = ۶ سانتی‌متر، ضلع (ب ج) = ۵ سانتی‌متر و زاویه بین شان 45° باشد. برای ترسیم مثلث مذکور نخست (ا ب) = ۶ سانتی‌متر را رسم می‌کنیم. در یک انجام قطعه خط فرضاً نقطهٔ (ب)، زاویهٔ (45°) را رسم می‌کنیم. از ضلع جدید به اندازهٔ ۵ سانتی‌متر جدا نموده و انجام آن را به (ج) نشان می‌دهیم و به نقطهٔ (ا) وصل می‌کنیم، مثلث مطلوب حاصل می‌شود. شکل (۵۲)



شکل ۵۲



فعالیت‌ها

مثلث متساوی الاضلاعی را ترسیم نمایید که طول هر ضلع آن ۵٫۵ سانتی‌متر باشد.

۱- قطعه خطی به طول ۵٫۵ سانتی‌متر رسم کنید.

۲- هر دو انجام قطعه خط را نامگذاری کنید.

۳- پرکار خود را روی خط کش به اندازهٔ ۵٫۵ سانتی‌متر باز کنید.

۴- حال انجام‌های قطعه خط مرسومه را مرکز گرفته با پرکار خویش که ۵٫۵ سانتی‌متر باز است، به یک‌طرف قطعه خط قوس‌های قاطع رسم کنید.

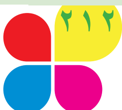
۵- نقطهٔ تقاطع قوس‌ها را نامگذاری نموده آن را به دو انجام همان قطعه خط مرسوم وصل کنید. اینک مثلث متساوی الاضلاع با ضلع‌های ۵٫۵ سانتی‌متر به دست می‌آید.



کارخانه‌گی

یک مثلث را رسم کنید که:

۳ سانتی‌متر = $\overline{\text{اب}}$ و ۴ سانتی‌متر = $\overline{\text{ب ج}}$ بوده و زاویه بین شان (90°) باشد.

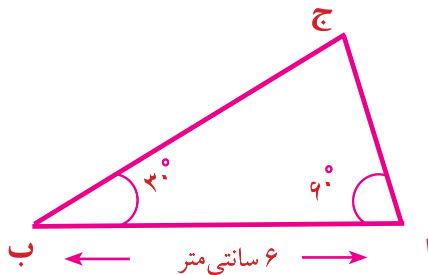


ترسیم مثلثی که دو زاویه و یک ضلع آن معلوم باشد

- کی می‌تواند مثلثی را روی تخته رسم کند که دو زاویه و یک ضلع آن معلوم باشد؟

مثلث (ا ب ج) را رسم کنید که دو زاویهٔ آن(۶۰°) و (۳۰°) بوده و ضلع مجاور آن‌ها ۶ سانتی‌متر باشد.

نخست یک قطعه خط را به طول ۶ سانتی‌متر رسم می کنیم. بعد دریک انجام قطعه خط مذکور زاویهٔ(۳۰°) را و در انجام دیگر آن زاویهٔ(۶۰°) را رسم می‌نماییم. اضلاع این دو زاویه را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر خود را در نقطهٔ (ج) قطع کنند. در نتیجه مثلث مطلوب حاصل می‌شود. شکل(۵۳)

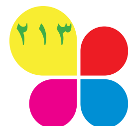


شکل ۵۳



کارخانه‌گی

یک مثلث رسم کنید که دو زاویهٔ آن (۹۰°) و (۴۰°) بوده و یک ضلع آن ۵ سانتی‌متر باشد.



ترسیم مثلث قایم الزاویه‌یی که وتر و یک ضلع قایم آن معلوم باشد

اگر طول وتر مثلث ۷ سانتی‌متر وطول یک ضلع قایم آن ۵ سانتی‌متر باشد آن را طور زیر رسم می‌نماییم:

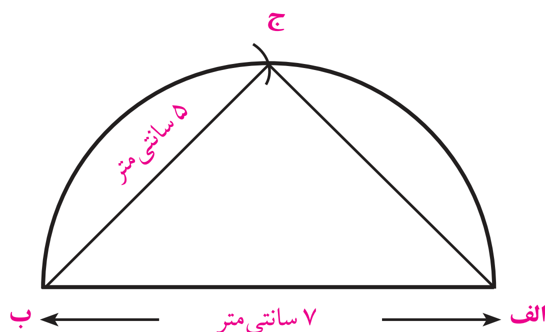
اول: قطعه خط ($\overline{\text{ا ب}}$) (وتر) را به طول ۷ سانتی‌متر رسم می کنیم.

دوم: نقطهٔ منتصفهٔ وتر را مرکز قرار داده به شعاع نصف وتر یک نیم دایره رسم می کنیم.

سوم: یک انجام وتر را ذریعهٔ پرکار مرکز قرار میدهیم و از محیط نیم دایره به اندازهٔ ۵سانتی‌متر قطع می کنیم.

چهارم: نقطهٔ تقاطع را (ج) نام می گذاریم.

حال نقطه (ج) رابه نقاط (ا) و (ب) وصل می کنیم، مثلث (ا ب ج) حاصل می‌شود. شکل(۵۴)



شکل (۵۴)



فعالیت‌ها

جوره‌یی کار کنید.

۱. مثلث قایم الزاویه‌یی را که وتر (اج)=۷ سانتی و یک زاویهٔ آن (ب)=°۴۵ باشد رسم کنید.

الف) وتر (ا ج) را به طول ۷ سانتی‌متر رسم کنید.

ب) نقطهٔ منتصفه وتر، (ا ج) را نشانی کنید.

ج. نقطهٔ منتصفه را مرکز قرار داده با پرکار یک نیم دایره رسم کنید.

د) به ا نجام الف وتر زاویهٔ °۴۵ را رسم کنید.

هـ) نقطهٔ تقاطع این ضلع را با نیم دایره، (ب) بنامید.

و) حالا نقطهٔ (ب) را با نقطهٔ (ج) وصل کنید مثلث مطلوب حاصل می‌شود.



کارخانه‌گی

یک مثلث قایم الزاویه که وتر آن ۸ سانتی‌متر و یک ضلع قایم آن ۶ سانتی‌متر باشد رسم کنید.

سؤال‌ها

۱- مثلثی رسم کنید که دارای اضلاع ۴سانتی‌متر، ۶ سانتی‌متر و۸ سانتی‌متر باشد.

۲- دوضلع یک مثلث مساوی بوده و هر کدام ۶ سانتی‌متر طول دارد؛ در صورتی که زاویه بین شان (°۷۵) باشد، مثلث مذکور را رسم کرده طول ضلع سوم آن را پیدا کنید.

۳- اضلاع یک مثلث به ترتیب ۵ سانتی‌متر، ۵ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر است آن را رسم کرده و بگویید چی قسم مثلث است؟

۴- سه ضلع یک مثلث هریک ۵ سانتی‌متر طول دارد، آن را رسم کرده اندازهٔ زوایای آن را بگویید.

۵. مثلثی را ترسیم کنید که دو زاویه و ضلع بین آن‌ها طور زیر داده شده باشد:

$\overline{\text{اب}}$ = ۶ سانتی‌متر، زاویهٔ $\hat{\text{ا}}$ = °۶۰ و زاویهٔ ب= °۴۵

۶- مثلثی را رسم کنید که دو ضلع و زاویه بین شان به قرار زیر داده شده باشد: $\overline{\text{ج هـ}}$ = ۶ سانتی‌متر، $\overline{\text{د هـ}}$ = ۷ سانتی‌متر و زاویهٔ هـ = °۱۱۵.

۷- مثلث قایم الزاویه‌یی را رسم کنید که وترش ۸ سانتی‌متر و یک ضلع قایم آن ۶ سانتی‌متر باشد و نیز دو زاویه و ضلع سوم آن را اندازه‌گیری نمایید.

۸- مثلث قایم الزاویه‌یی را رسم کنید که وترش ۶ سانتی‌متر ویک زاویهٔ آن ۳۵ درجه باشد، مجموع طول اضلاع آن را در یافت کنید.

۹- مثلث قایم الزاویه‌یی را رسم کنید که وترش ۸ سانتی‌متر بوده، دو ضلع قایمش با هم مساوی باشند.

۱۰- مثلث قایم الزاویه‌یی را رسم کنید که طول دو ضلع قایم آن ۸ سانتی‌متر و ۶ سانتی‌متر بوده ونیز طول وتر و اندازهٔ دو زاویهٔ آن را پیدا کنید.

۱۱- مثلث (ا ب ج) را در نظر بگیرید؛ طوری که $\hat{ب} = ۶۰^\circ$ ، $\hat{ج} = (۹۰^\circ)$ می‌باشد.

